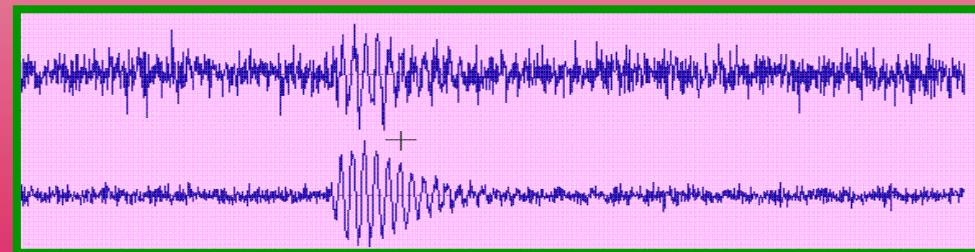
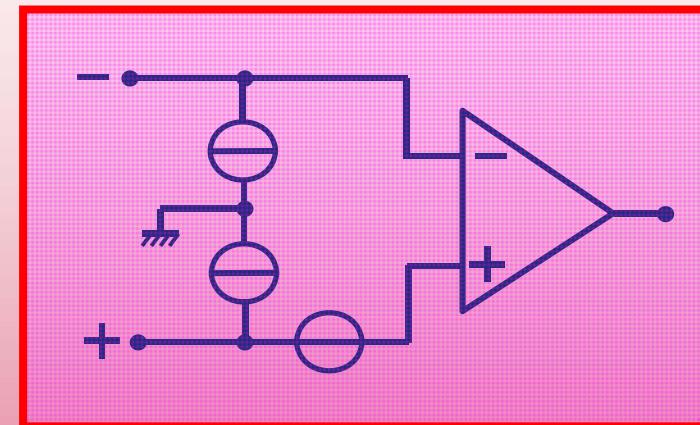
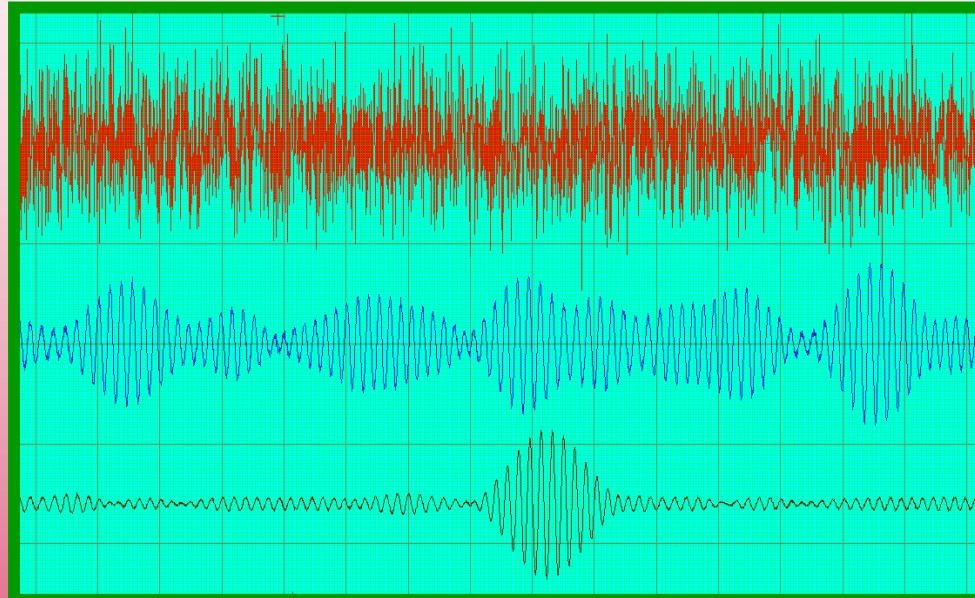
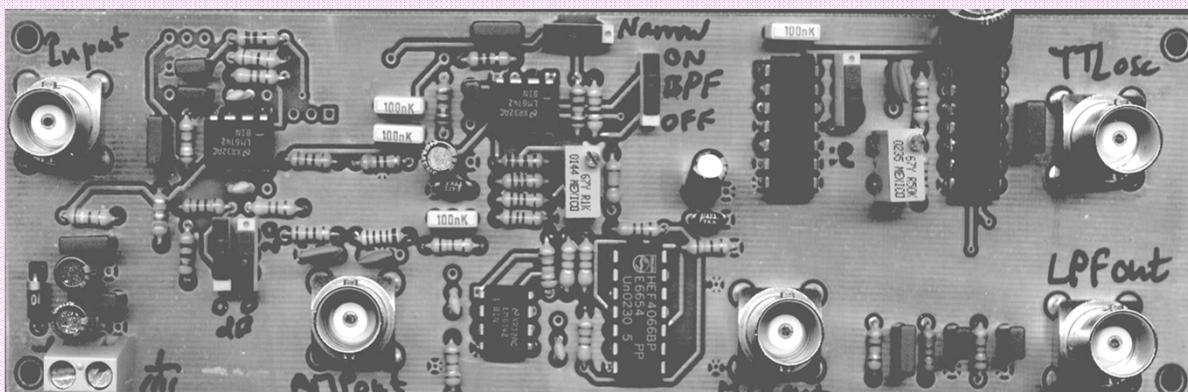
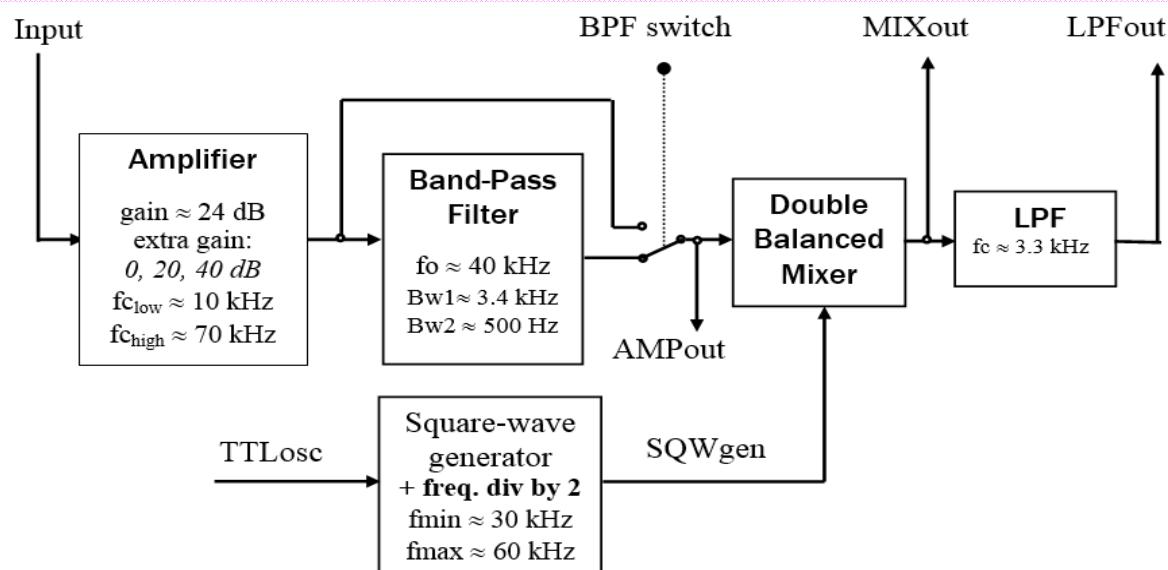


# Electronique MIC3mte : *Traitemen*t de signaux très bruités – 3443.5



# Lab – Gain d'un amplificateur – Passe-bande analogique 1 (carte AMPMIX)



## Power supply:

5 (8 mA) to 18V (20 mA),  
Input impedance: 5 k $\Omega$  (AC coupling)

## Amplifier:

$f_{c\text{low}} \approx 10$  kHz,  $f_{c\text{high}} \approx 70$  kHz, gain:  $\approx 24$  dB,  
additional gain: + 20dB or + 40 dB

## Band-Pass filter:

Second order, resonant frequency adjustable around 40 kHz Bandwidth:  
Wide (3.4 kHz) or Narrow ( $\approx 500$  Hz)

## Square-Wave generator:

Tunable  $f_{\text{min}} \approx 30$  kHz,  $f_{\text{max}} \approx 60$  kHz

## External frequency control (TTLosc)

$$\text{SQWgen}_{\text{freq}} = \text{TTLosc}_{\text{freq}}/2$$

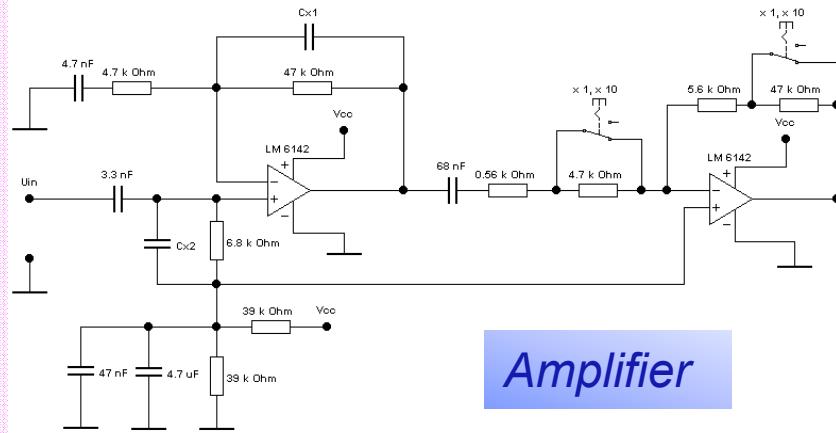
## Double balanced mixer:

$\text{MIXout}(t) = \text{AMPOut}(t) \cdot \text{SQWgen}(t)$ ,  
i.e. AMPOut multiplied by  $\pm 1$

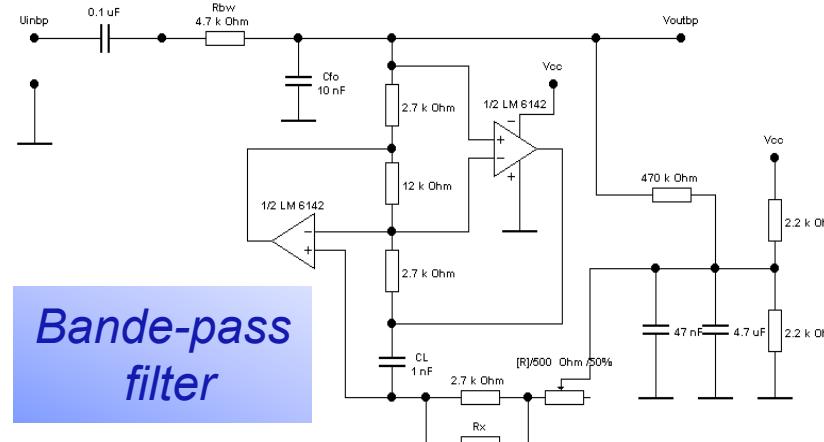
## LPF:

Three cascaded R-C low-pass filters

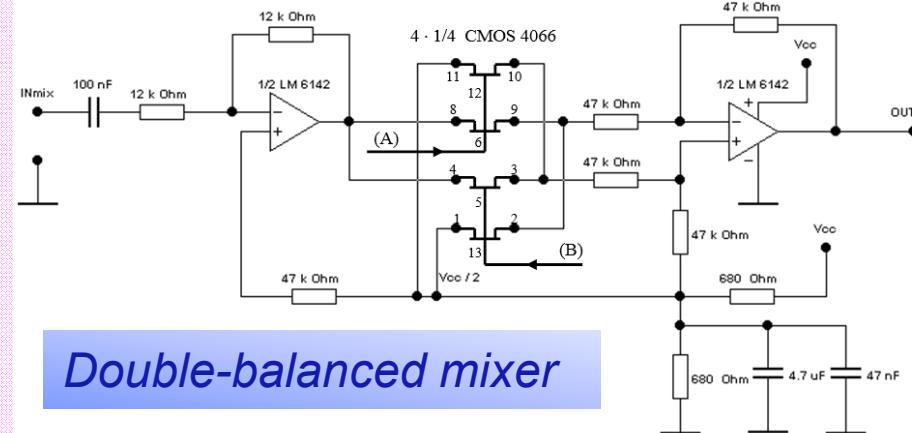
## Lab – Gain d'un amplificateur – Passe-bande analogique 2 (carte AMPMIX)



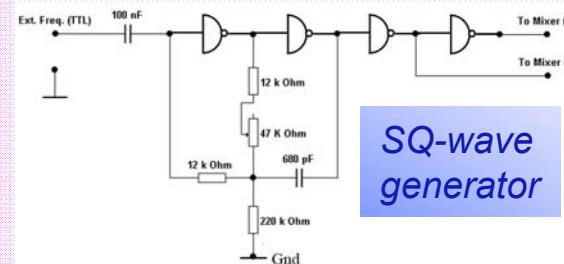
Amplifier



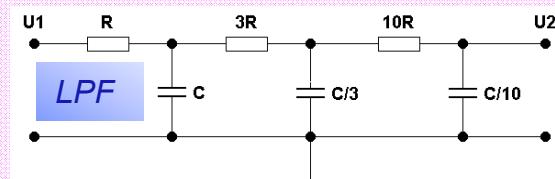
Bande-pass  
filter



Double-balanced mixer



SQ-wave  
generator



LPF

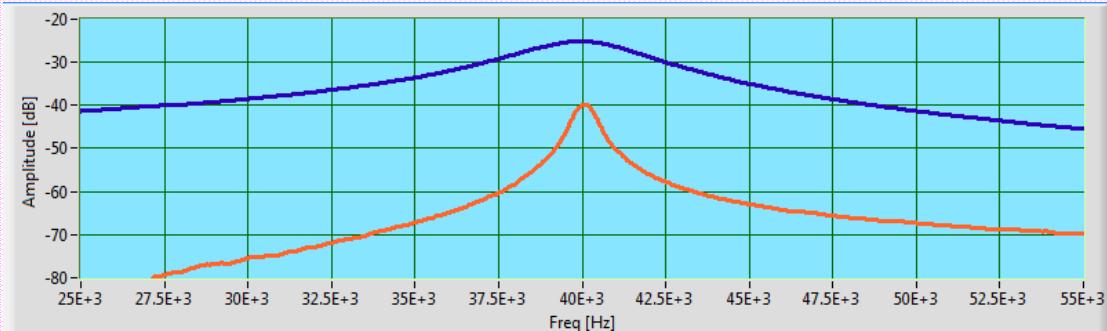
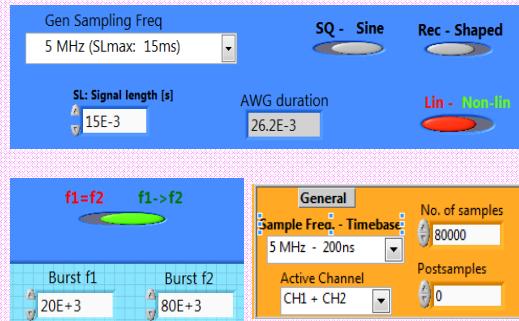
## Lab – Gain d'un amplificateur – Passe-bande analogique 3 (carte AMPMIX)

- a) En position gain MAX, mesurer le gain pour les fréquences suivantes:

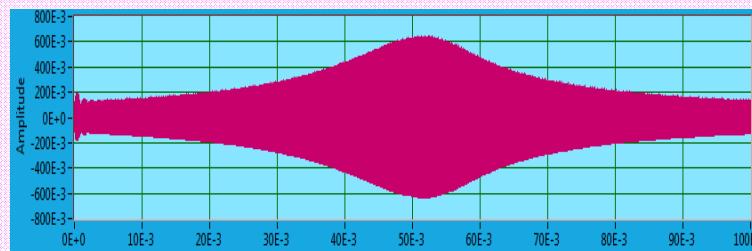
**10 KHz – 20 KHz – 40 KHz – 80 KHz – 160 KHz – 320 KHz**

**! Vérifier que l'amplificateur fonctionne bien en mode linéaire (pas de saturation) !**

- b) Estimer la bande passante du filtre passe-bande analogique en bande large et en bande étroite. Mesurer le gain correspondant. Si la fréquence centrale du filtre n'est pas de 40 KHz, faire le réglage approprié pour qu'elle y soit.



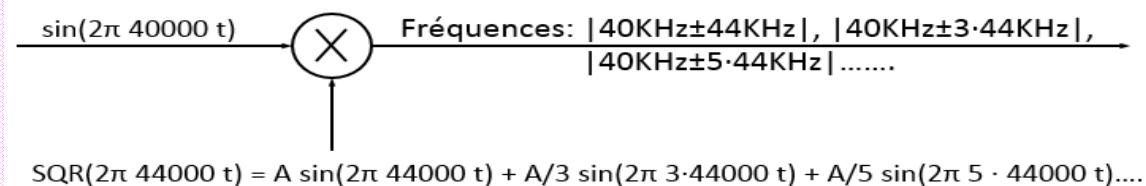
- c) Utiliser le paramétrage suivant pour mesurer avec précision la bande-passante du filtre en position «Narrow» - Gen Sampling Freq: 1.25 MHz, SL: 100ms, Samplig Freq: 500 KHz, No of samples: 50000, Burst f2 – Burst f2 = 2 KHz





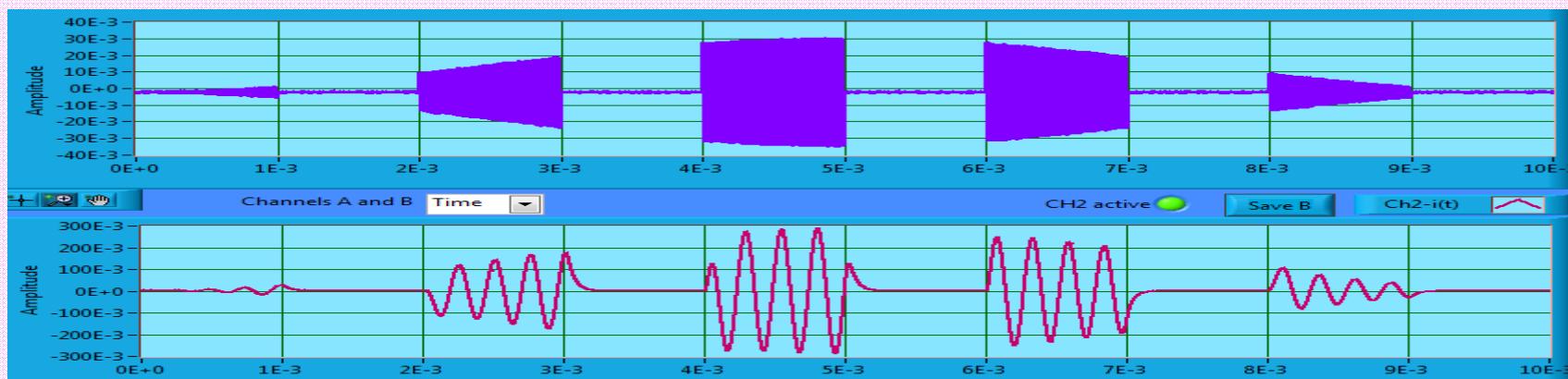
## Lab – Changement de fréquence 1 (carte AMPMIX)

**Principe :** La multiplication de deux signaux sinusoïdaux  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  de fréquences  $f_1$  et  $f_2$  génère deux signaux sinusoïdaux, l'un dont la fréquence est  $f_1+f_2$  et l'autre dont la fréquence  $|f_1-f_2|$ . Si l'un des signaux est carré symétrique, alors on le décompose à l'aide des séries de Fourier pour faire l'analyse. Exemple :



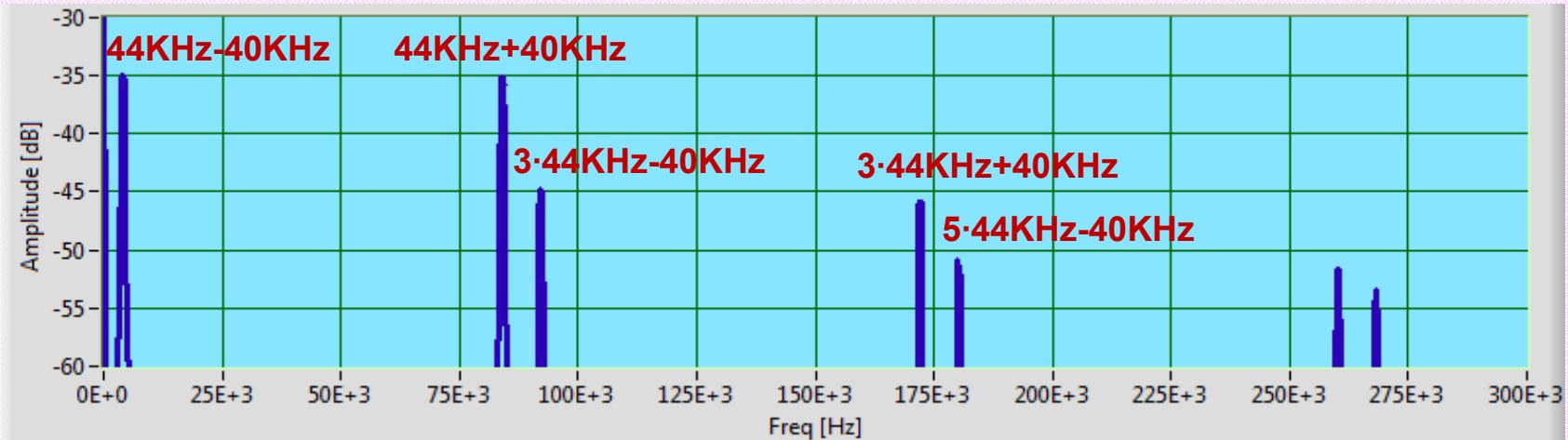
Après un filtre passe bas de fréquence appropriée il ne restera à sortie qu'un signal sinusoïdal de 4 KHz.

Régler le générateur à 40 KHz (shaped – 10ms) et regarder le signal à la sortie du mélangeur ainsi qu'après les filtres passe-bas. Régler l'oscillateur pour que la fréquence du signal après les filtres passe-bas soit de 4 KHz. Ajouter une modulation (400 Hz) au signal du générateur et vérifier qu'elle apparaît bien à la sortie des filtres passe-bas mais avec une fréquence de 4 KHz.



## Lab – Changement de fréquence 2 (carte AMPMIX)

### Caractéristique spectrale de MIXout



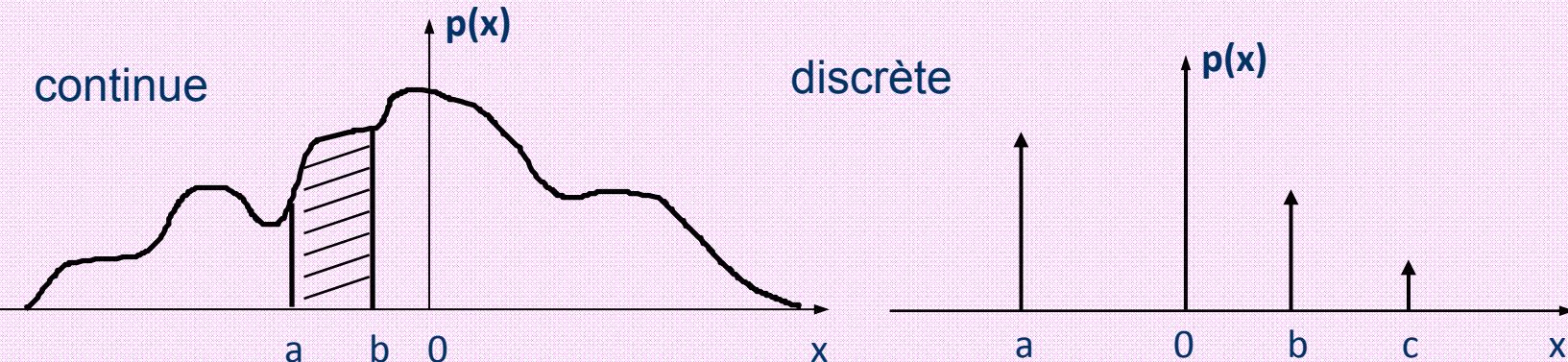
**Conclusions :** La technique de changement de fréquence par multiplication avec un signal carré est facile à réaliser avec des commutateurs électroniques. Cependant, il est important de s'assurer que les caractéristiques spectrales du signal d'entrée (signal + bruit) soient limitées afin de ne pas pouvoir se mélanger avec les harmoniques du signal mélangeur (44KHz carré dans notre cas).

- a) Démontrer pratiquement que l'on obtiendra aussi un signal à LPFout de 4KHz si la fréquence du signal d'entrée est de **3·44KHz+4KHz** ou de **3·44KHz-4KHz**.
- a) Démontrer l'utilité de pré amplifier le signal d'un transducteur avant de faire une conversion A/D.  
**Utiliser la réflexion contre le plafond d'un signal ultrasonore pour cette démonstration**

# T – Probabilité et variables aléatoires

1

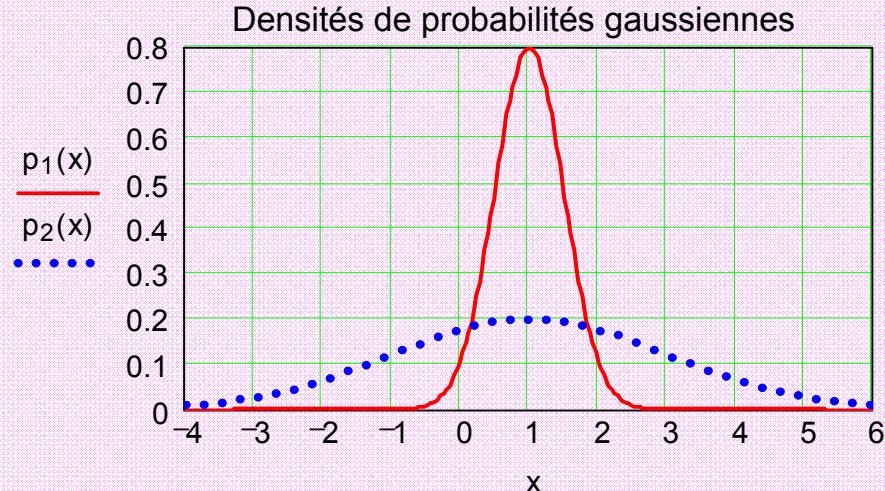
**Introduction:** Une variable aléatoire X peut être spécifiée par sa densité de probabilité  $p(x)$  :



Par définition :  $P(a < x < b) = \int_a^b p(x) dx$  avec  $\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1$

$$p(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\sigma_1 = 0.5 \quad \sigma_2 = 2 \quad m = 1$$



# T – Probabilité et variables aléatoires

2

## *Définitions et relations importantes:*

*Tension RMS (efficace)*

*inclu les composantes AC et DC du signal*

*Valeur moyenne*

*composante DC du signal*

*Variance (dispersion des échantillons)*

*composante AC du signal*

*Déviation standard*

*Relation*

*Si  $x_i = s_i + n_i$  et ne sont pas corrélés et sont sans aucune composante DC*

*On a également :*

$$U_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} x_i^2}$$

$$\mu = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} x_i$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=0}^{n-1} (x_i - \mu)^2$$

$$\sigma$$

$$U_{RMS} = \sqrt{\mu^2 + \sigma^2}$$

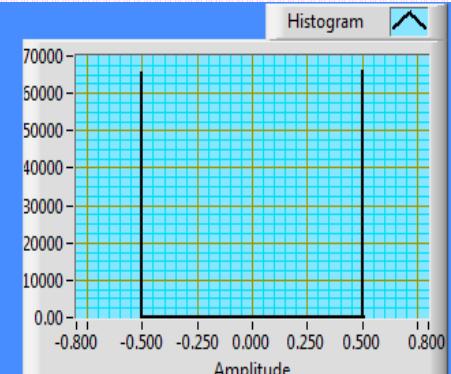
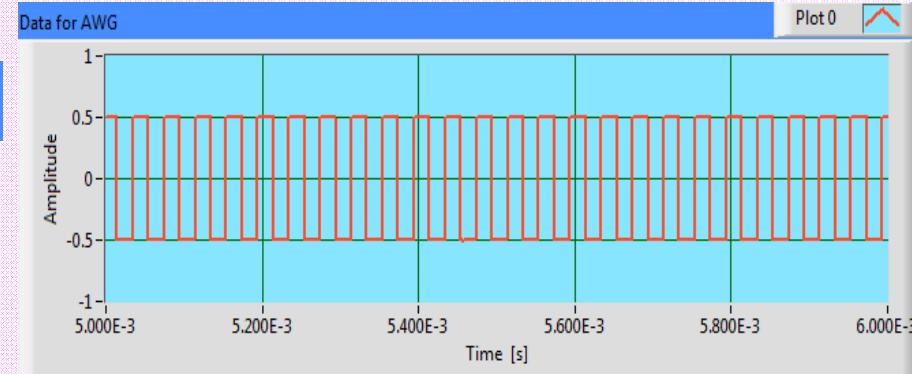
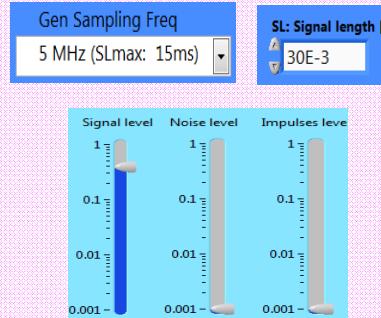
$$\sigma_x^2 = \sigma_s^2 + \sigma_n^2$$

$$Ux_{RMS}^2 = Us_{RMS}^2 + Un_{RMS}^2$$

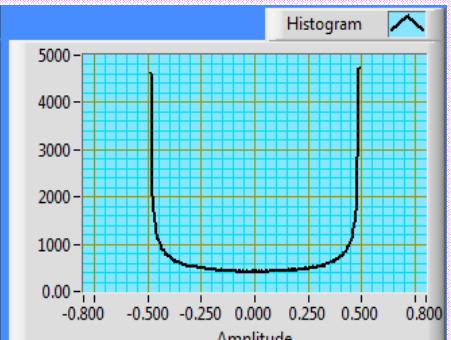
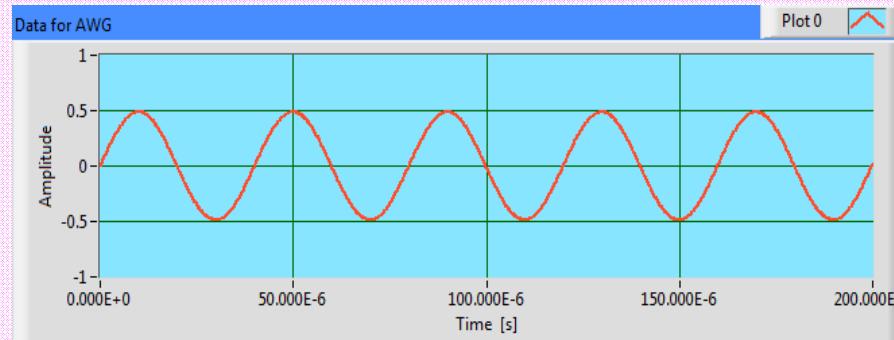


## Lab – Densités de probabilités - Histogramme

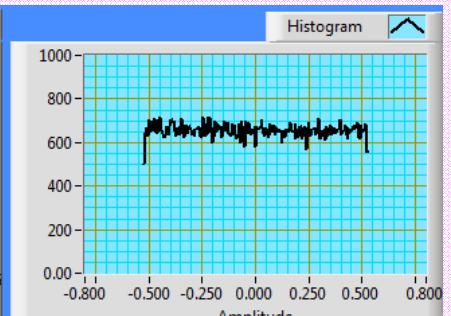
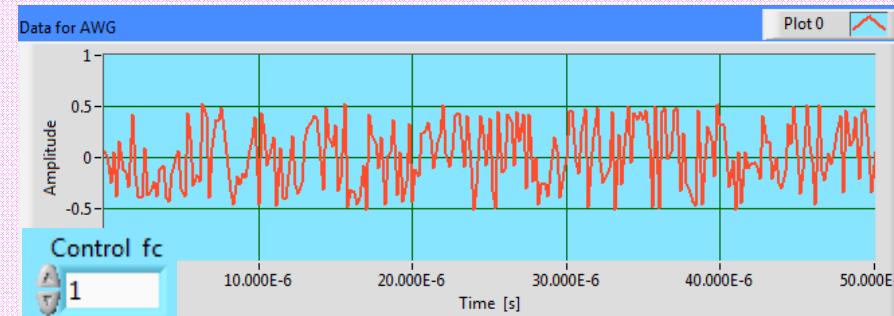
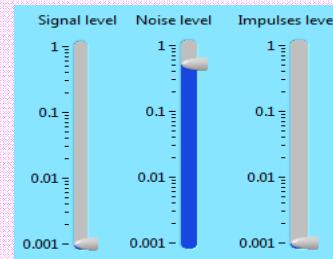
**Signal carré :**



**Signal sinusoidal :**



**Densité uniforme :**





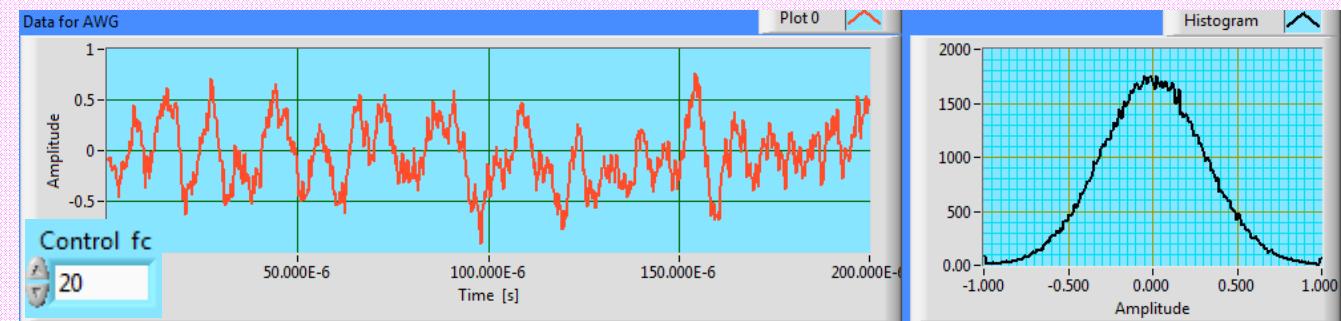
## Lab – Densités de probabilités - Histogramme

2

**Somme de 2 variables aléatoires de densités uniformes identiques :**

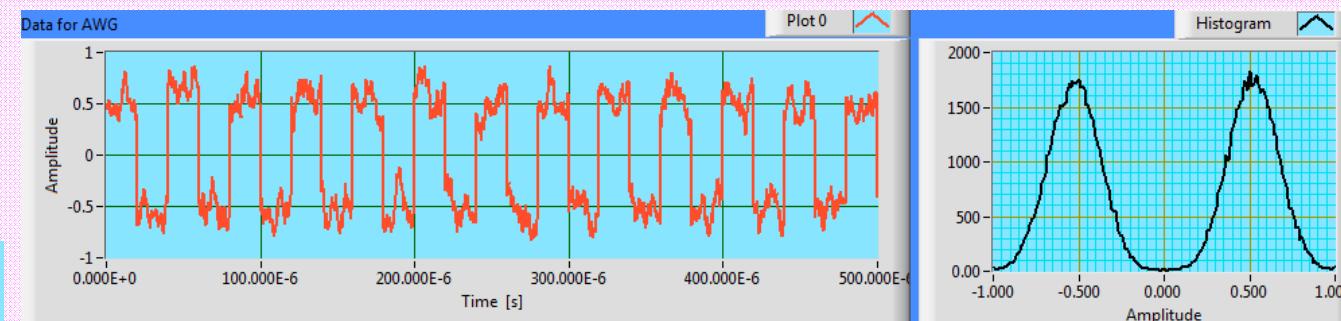


**Somme de 20 variables aléatoires de densités uniformes identiques :**



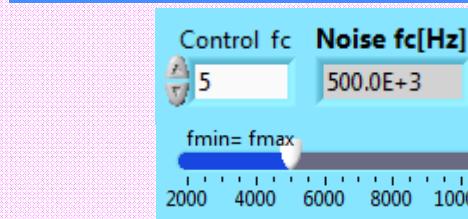
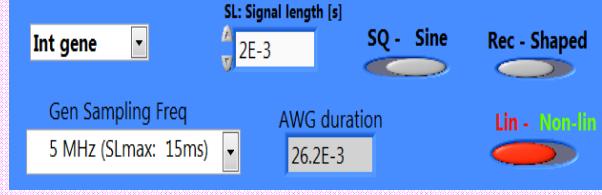
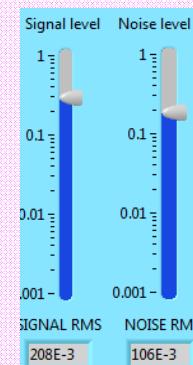
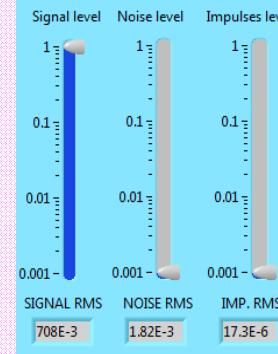
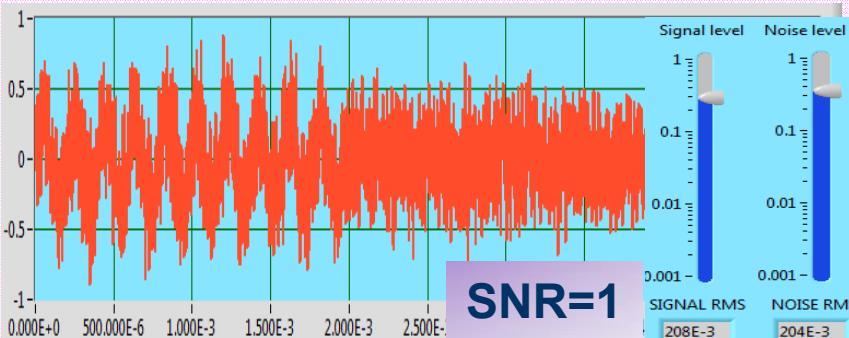
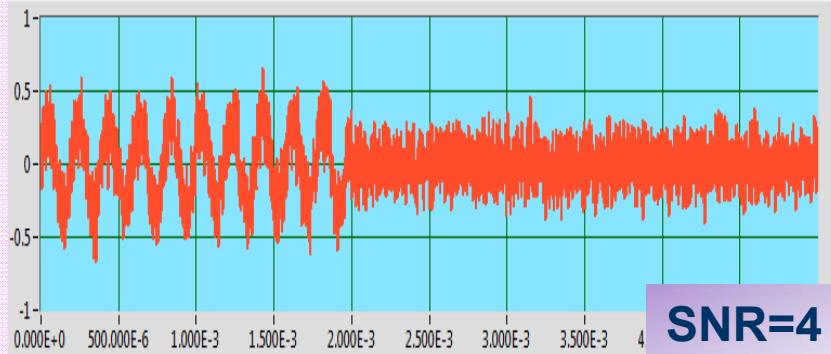
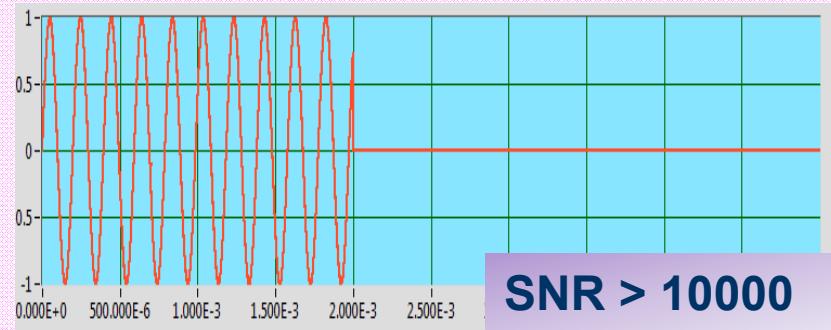
**Somme de 20 variables aléatoires de densités uniformes identiques et d'un signal carré:**

SIGNAL RMS	NOISE RMS	IMP. RMS
523E-3	146E-3	20.1E-6



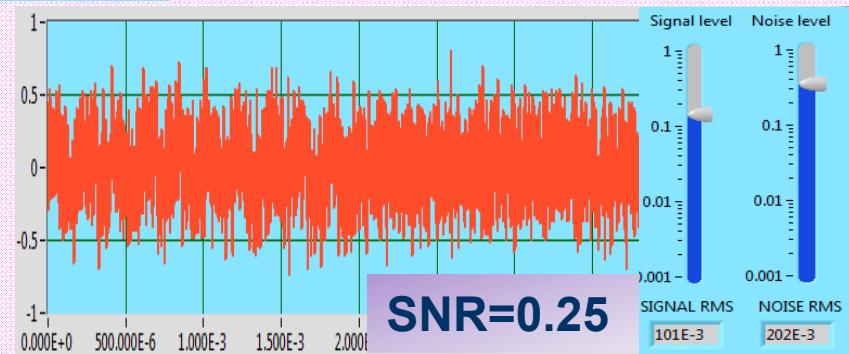


## Lab - Mesure de tensions efficaces: signal, bruit et signal+bruit 1



SNR (rapport signal-sur-bruit):  
*signal-to-noise ratio*

$$\frac{\text{Signal}_{\text{power}}}{\text{Noise}_{\text{power}}} = \frac{\text{U}_{\text{signalRMS}}^2}{\text{U}_{\text{noiseRMS}}^2} = \frac{0.2^2}{0.1^2} = 4$$



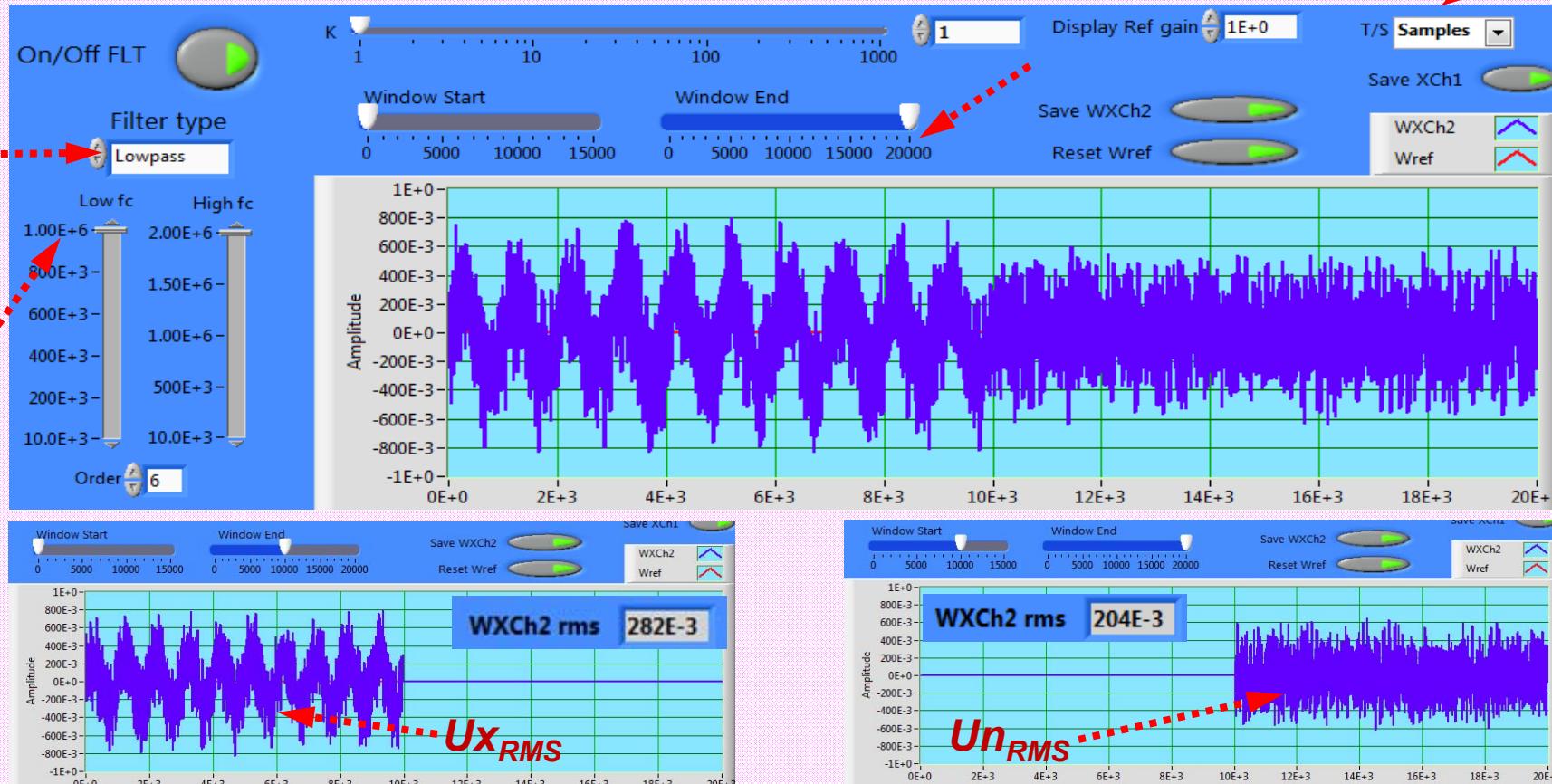
## Lab - Mesure de tensions efficaces: signal, bruit et signal+bruit

2

**Acquisition settings**

Sample Frequency  
5 MHz  
No. of samples  
20000

**Generator : p11, SNR = 1**

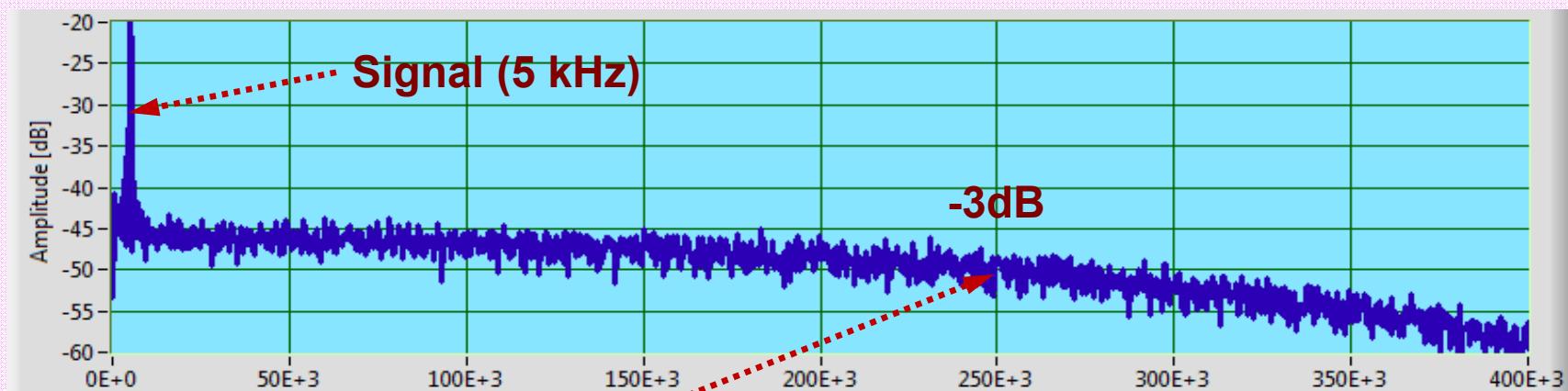
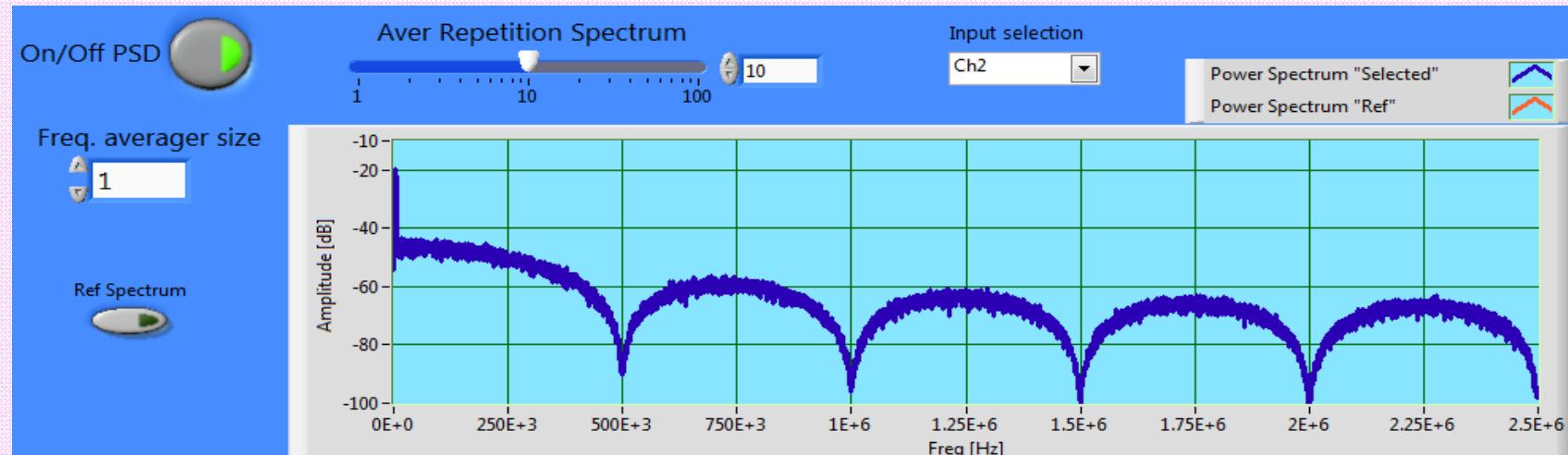


$$\text{SNR} = \frac{\sqrt{\text{Ux RMS}^2 - \text{Un RMS}^2}}{\text{Un RMS}} = \frac{\sqrt{0.282^2 - 0.204^2}}{0.204} = 0.954$$

## Lab - Mesure de tensions efficaces: signal, bruit et signal+bruit

3

### Caractéristiques spectrales



Fréquence de coupure du bruit → bande passante équivalente du bruit: 250kHz

## Lab- Générateur de bruit du programme LabView ↔ HS3 - Intro



**Random Number (0-1)**

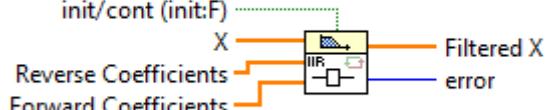


number (0 to 1)

Produces a double-precision, floating-point number between 0 and 1. The number generated is greater than or equal to 0, but less than 1. The distribution is uniform.

Produit un nombre avec une densité de probabilité uniforme comprise entre 0 et 1

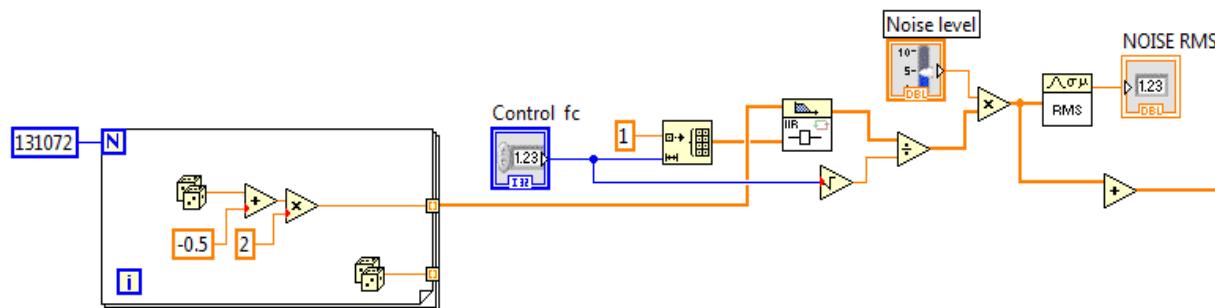
**NI\_AALBase.lvlib:IIR Filter.vi**



Filters the input sequence X using the direct form IIR

$$Y(z) = (1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} \dots) X(z)$$

(moyenneur glissant)



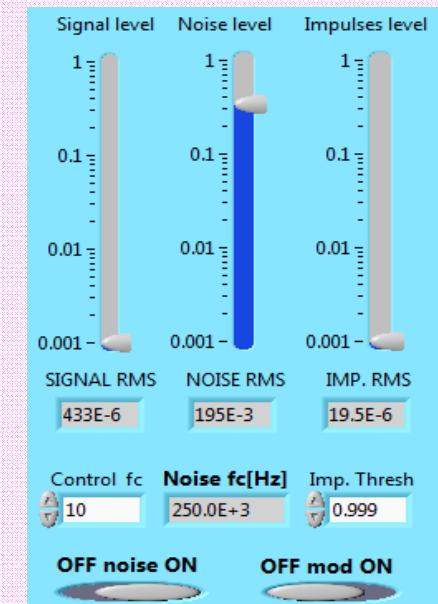
Paramètres du générateur :

Gen Sampling Freq  
10 MHz (SLmax: 1ms)

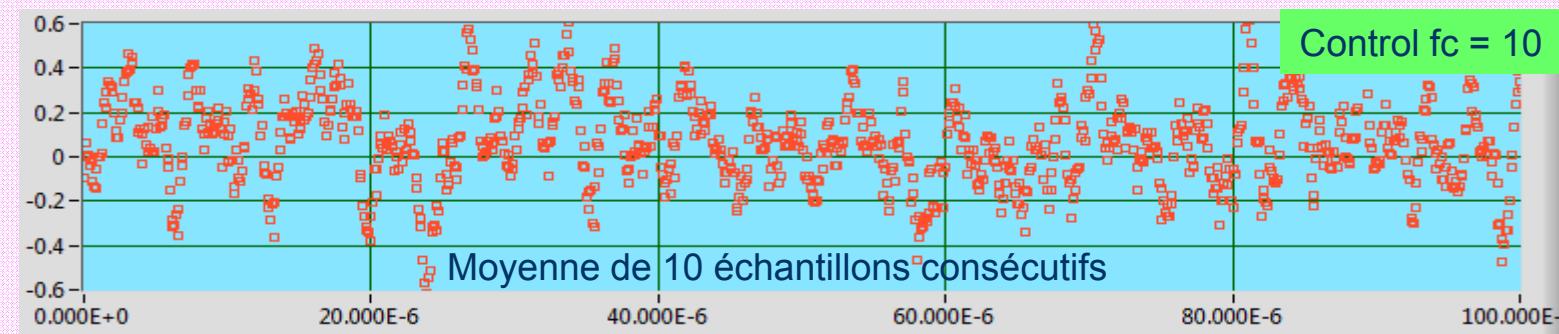
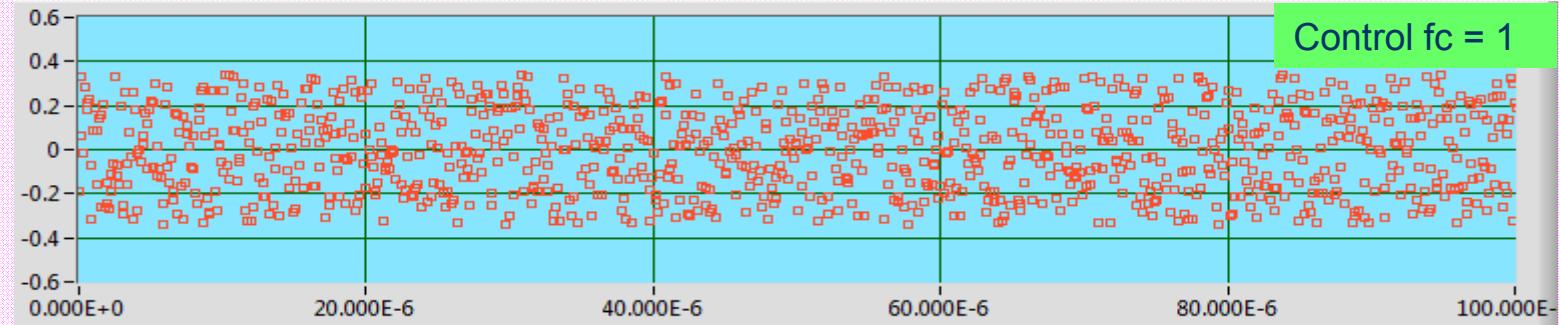
Reverse Coefficients: 0

Forward Coefficients: 1,1,1..

Le nombre de 1 est contrôlé par "Control fc"

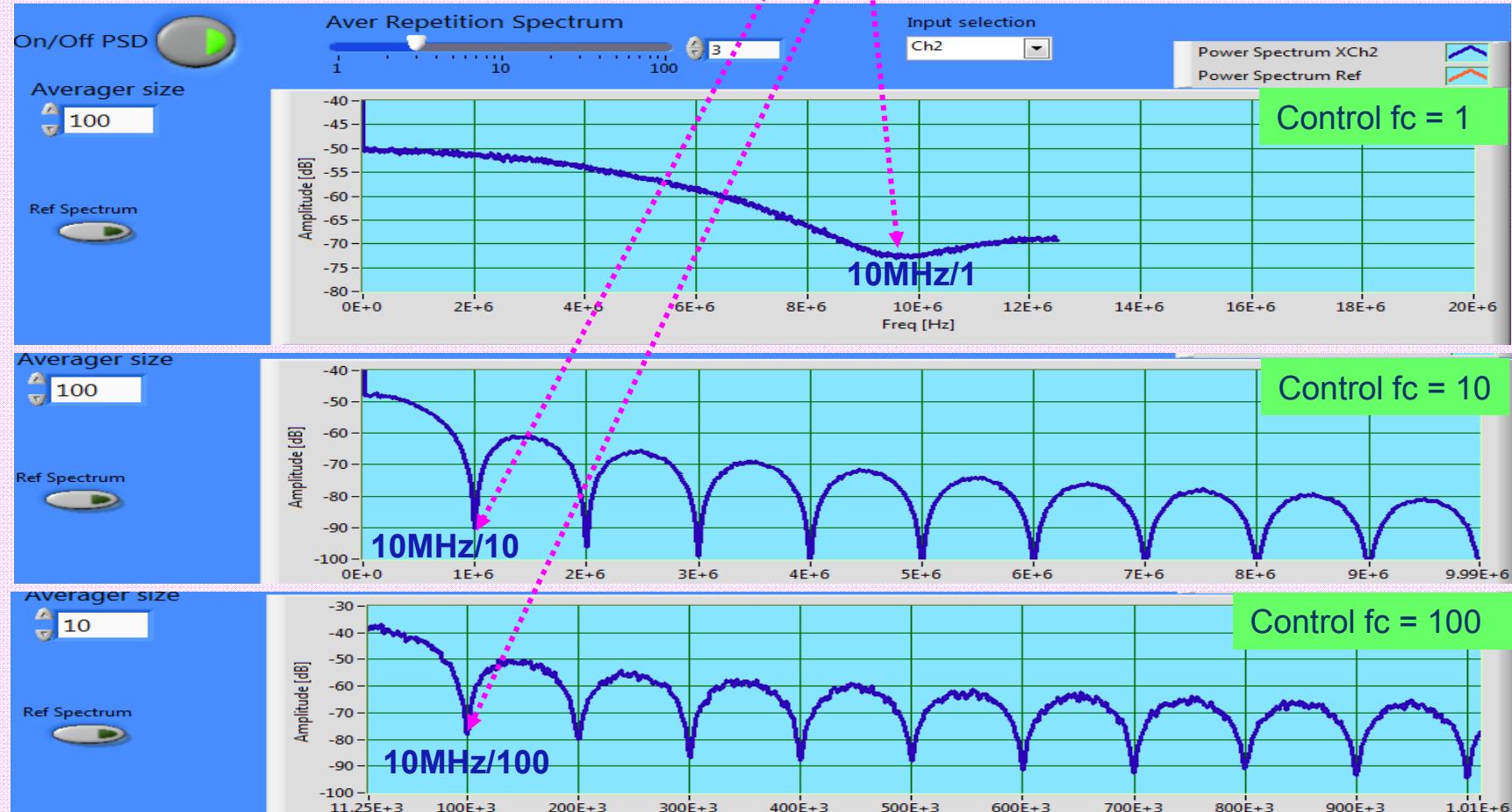


## Lab - Générateur de bruit du programme LabView ↔ HS3 - *Moyennage*



## Lab - Générateur de bruit du programme LabView ↔ HS3 - Spectre

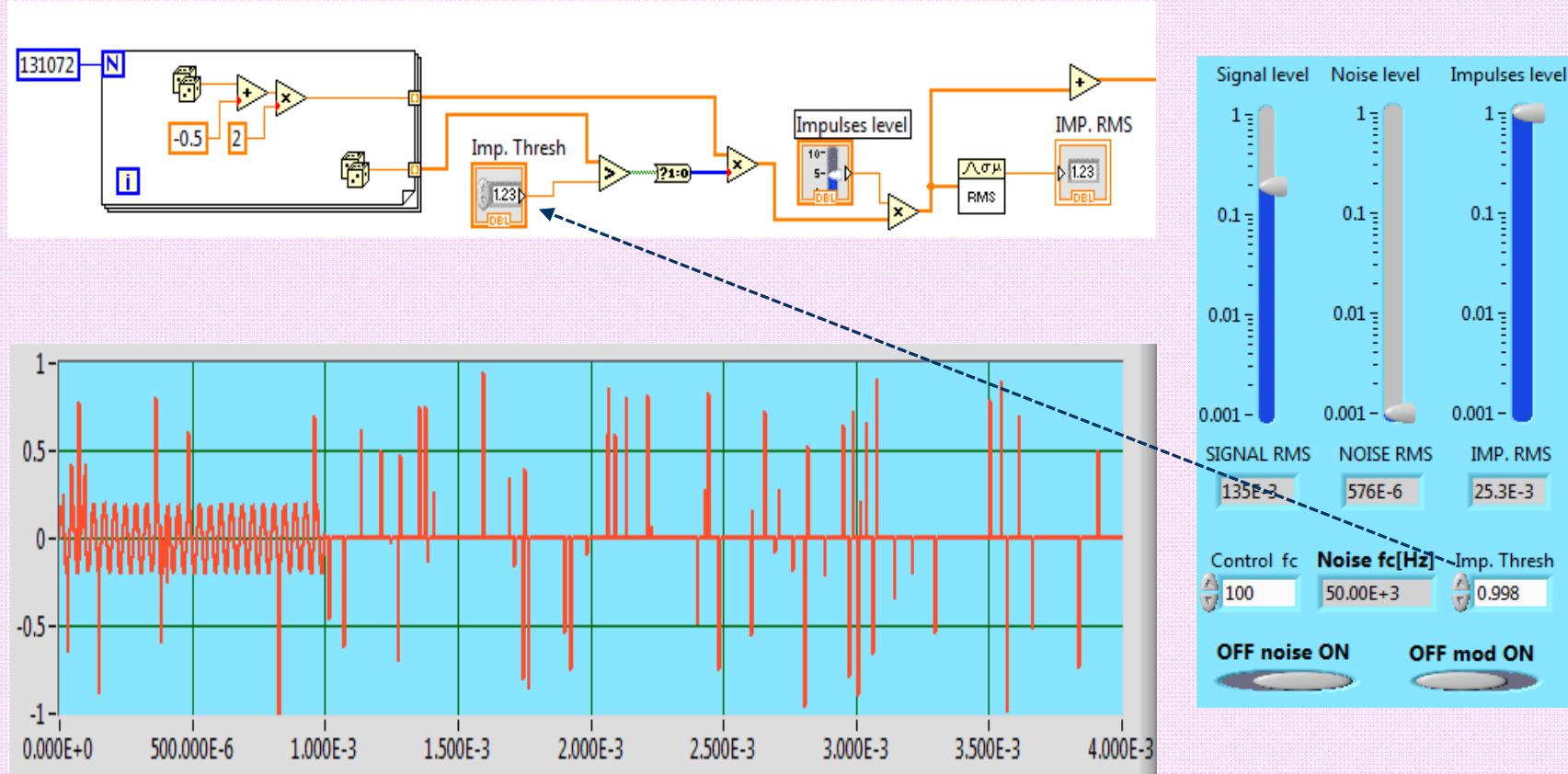
Forme de la caractéristique spectrale:  $\sin(x)/x$ ; le premier zéro: "Gen Sampling Freq" / "Control fc"



Acquisition setting: Sampling Frequency: **25MHz**, No. of Samples: **100000**

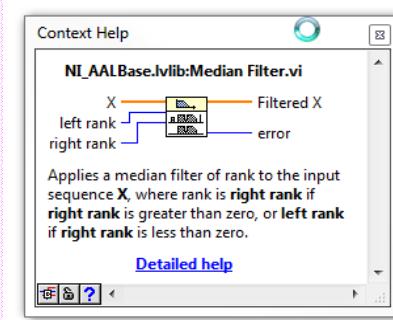
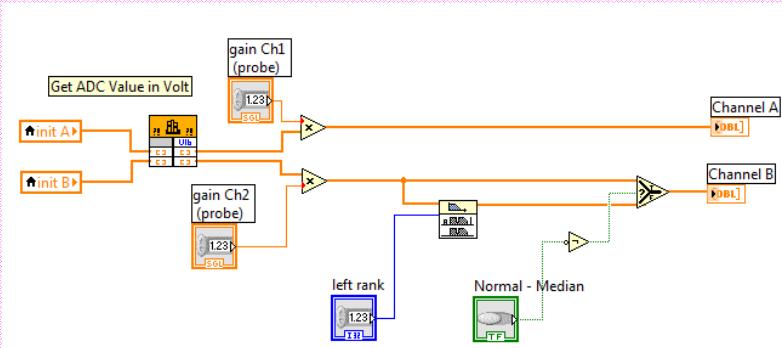
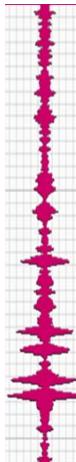
## Lab - Générateur de bruit du programme LabView ↔ HS3- *Impulsions*

Q: Comment fonctionne le générateur d'impulsions?





## Lab- Réduction du bruit impulsif du programme LabView ↔ HS3 – *Filtre médian*



Gen Sampling Freq  
5 MHz (SLmax: 15ms)

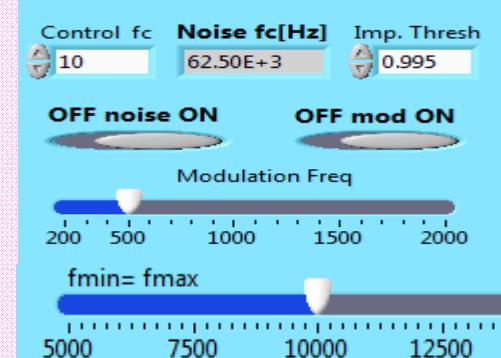
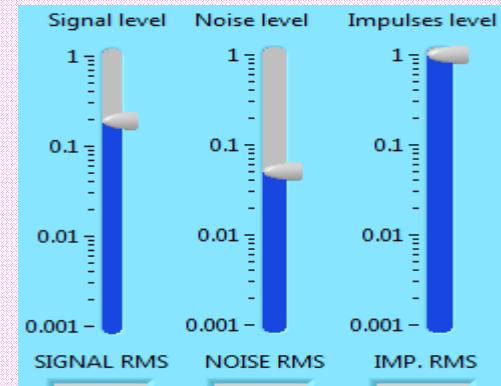
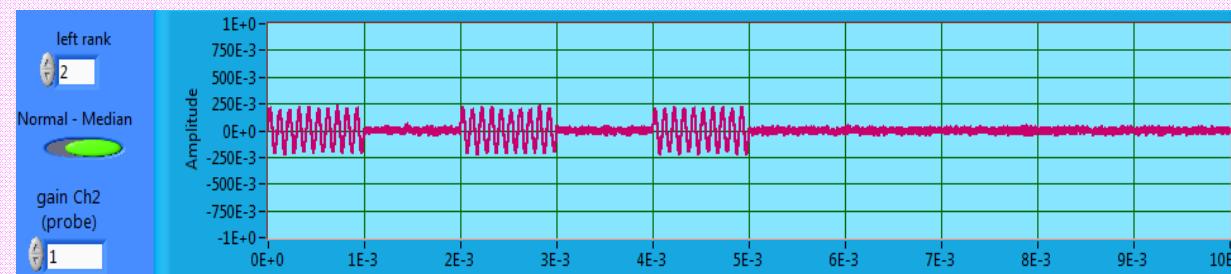
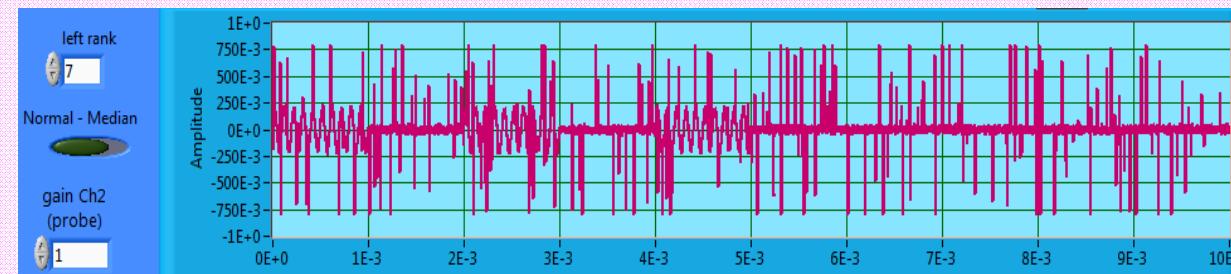
SL: Signal length [s]  
6E-3

SQ - Sine Rec - Shaped  
Time between bursts [ms]  
300

Sample Frequency  
5 MHz

No. of samples  
50000

*Tester les limites du filtre médian en augmentant le nombre d'impulsions ainsi que la longueur du filtre médian*



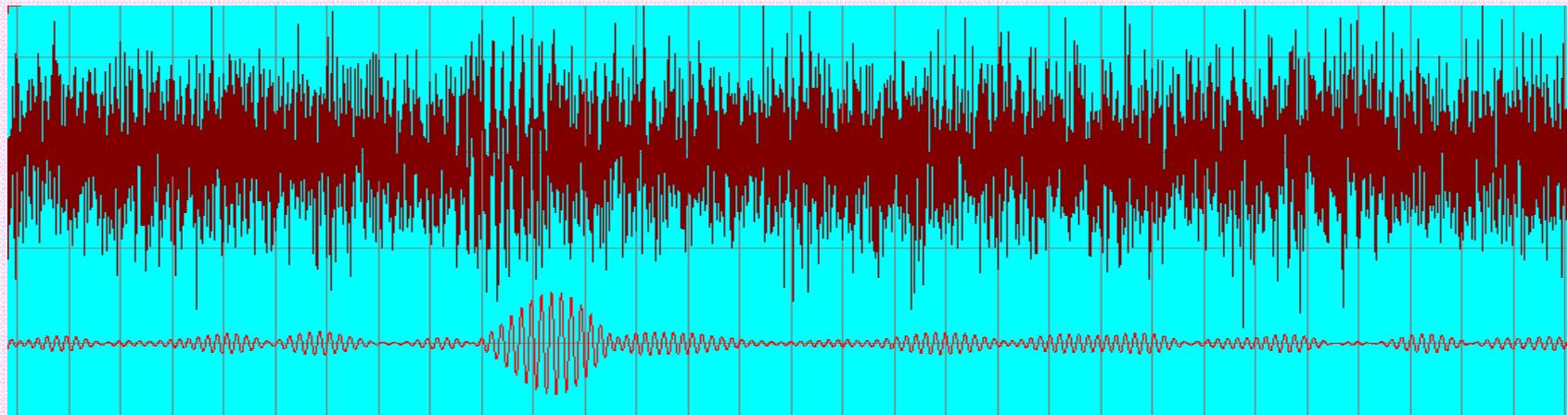
## T - BAND-PASS FILTERING

Noise bandwidth:  $Bw_{noise}$ , Band-pass filter bandwidth:  $Bw_{BPF}$

$$SNR(dB)_{out} = SNR(dB)_{in} + 10 \log [ Bw_{noise} / Bw_{BPF} ]$$

→ In a uniformly distributed noise, its power is proportional to the bandwidth

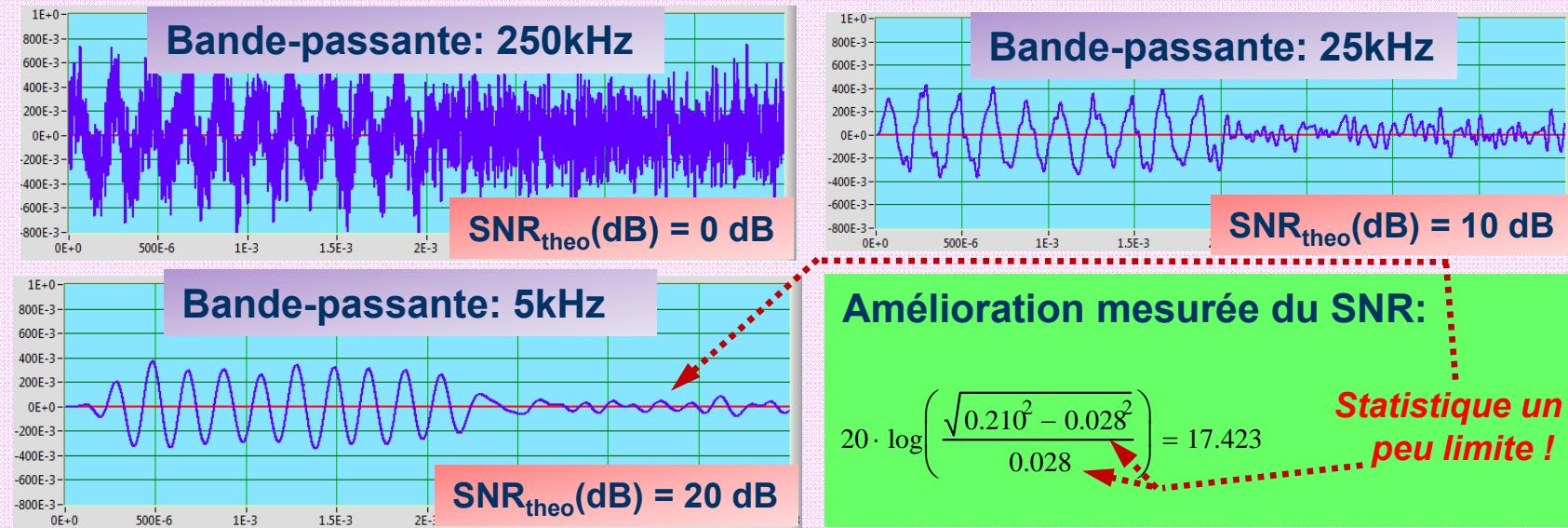
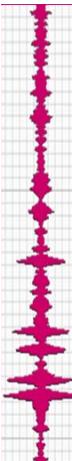
Example:  $Bw_{noise} = 1 \text{ MHz}$ ,  $Bw_{BPF} = 10 \text{ kHz} \rightarrow \text{SNR improvement of } 20 \text{ dB}$



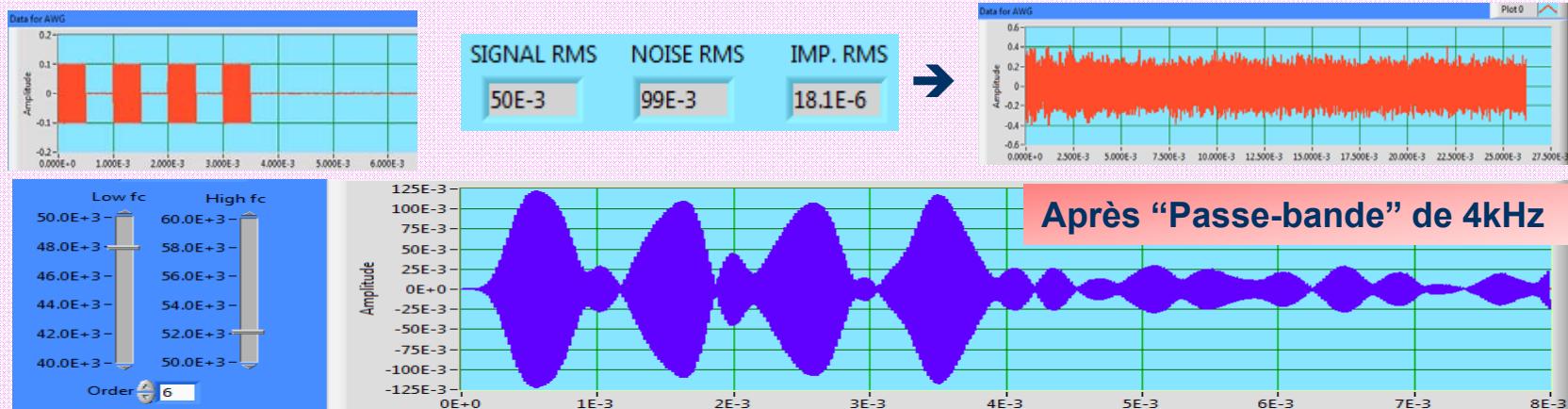
→ Drawback: Rise-time and fall-time  
inversely proportional to  $Bw_{BPF}$

→  $Bw_{BPF}$  is bounded by  
*Desired Signal Time Position  
Estimation Accuracy*

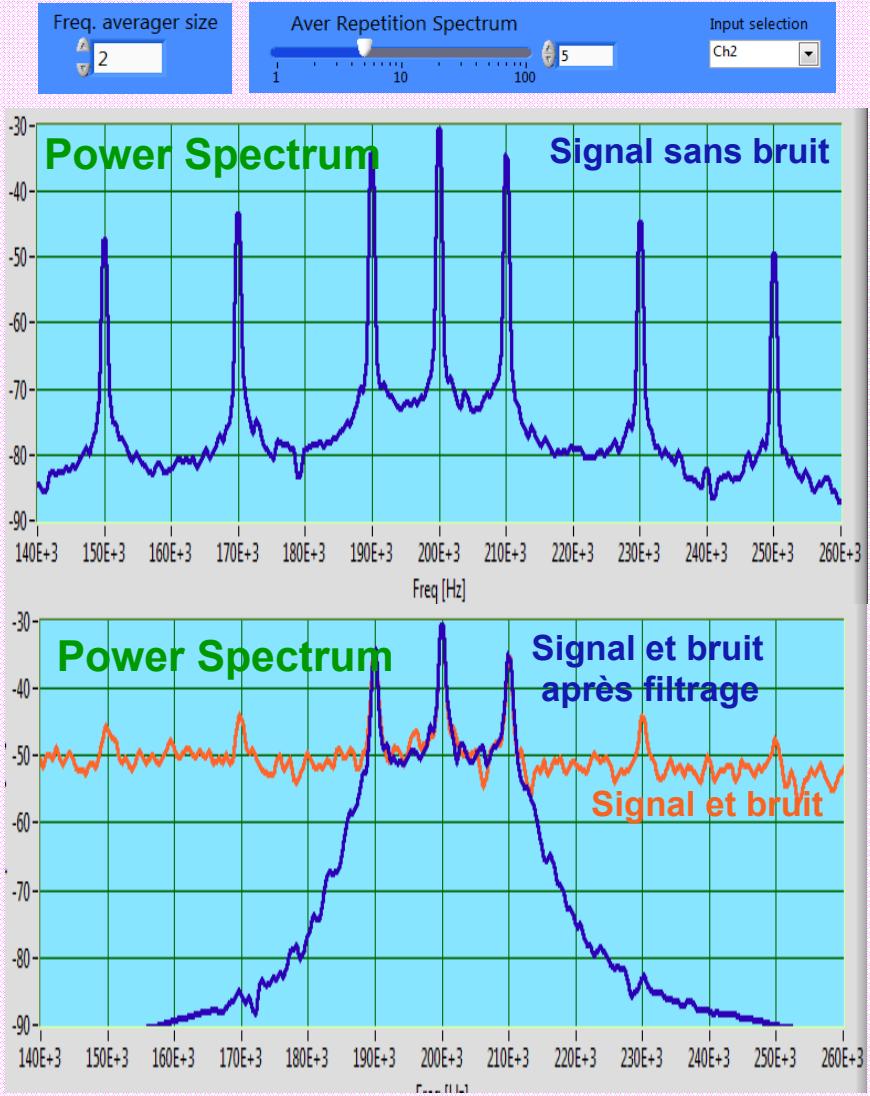
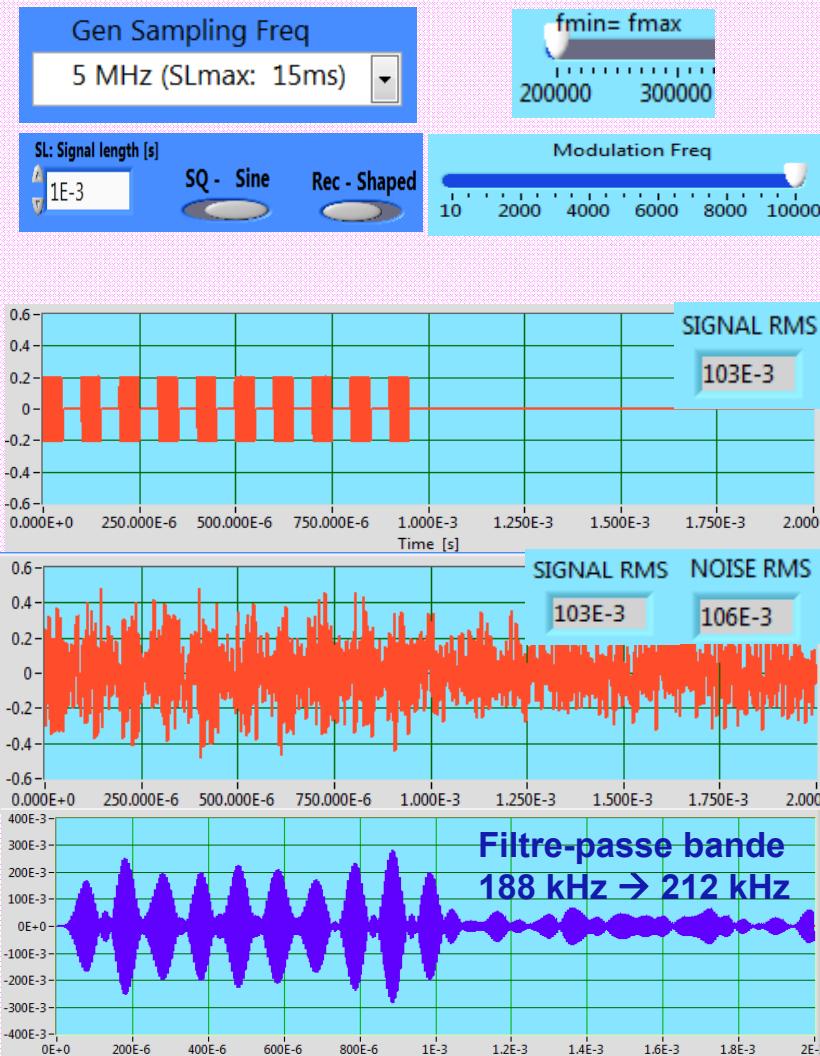
# Lab - Réduction du bruit par diminution de la bande-passante 1



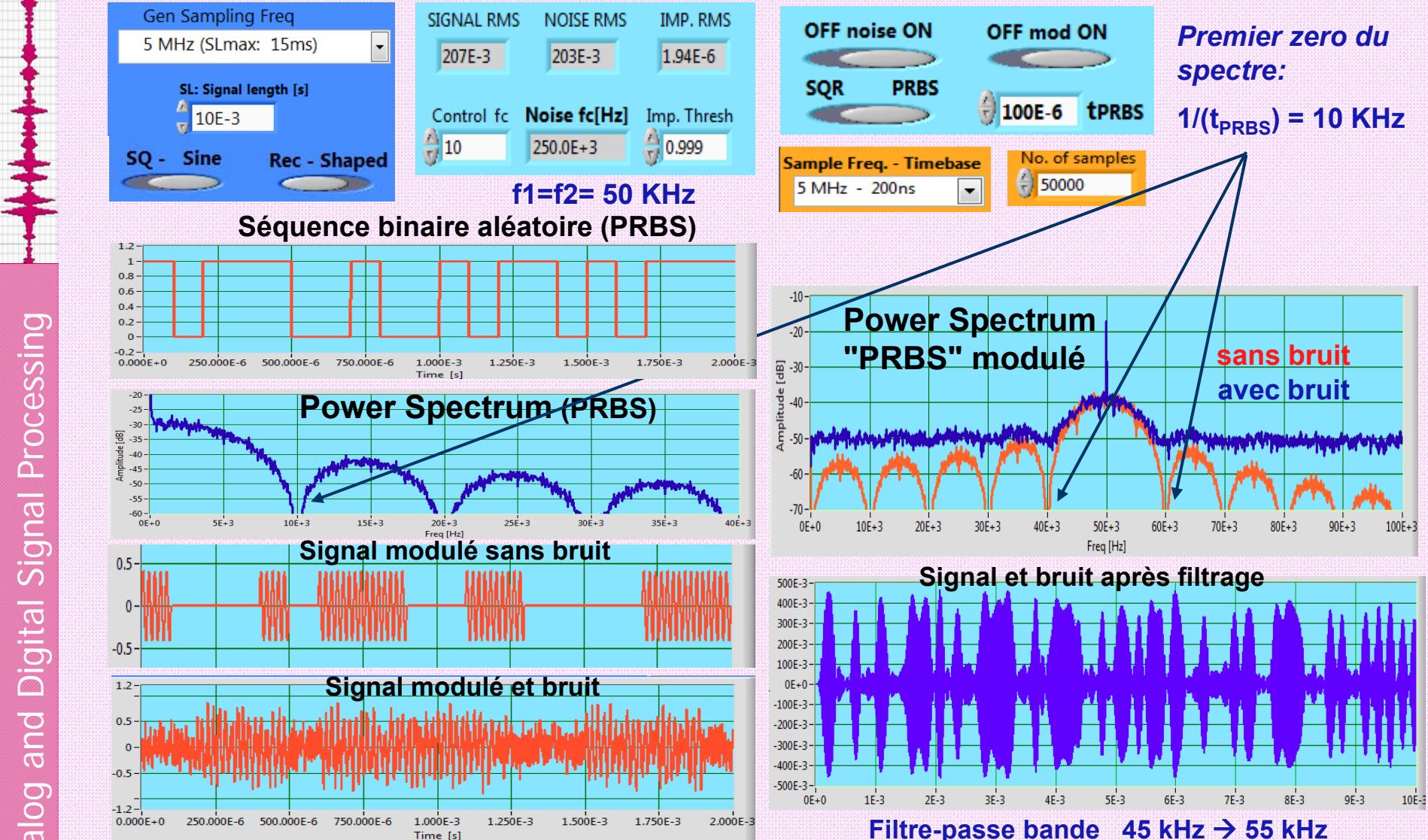
Exercice : Gen Sampling Freq = 5 MHz - signal : 50 kHz (sinus)



## Lab - Réduction du bruit par diminution de la bande-passante 2



## Lab - Réduction du bruit par diminution de la bande-passante 3



# T - AVERAGING: Multiple periodic excitation response averaging

**Concept:**

$$x_1(n) = S(n) + N_1(n)$$

+

$$x_2(n) = S(n) + N_2(n)$$

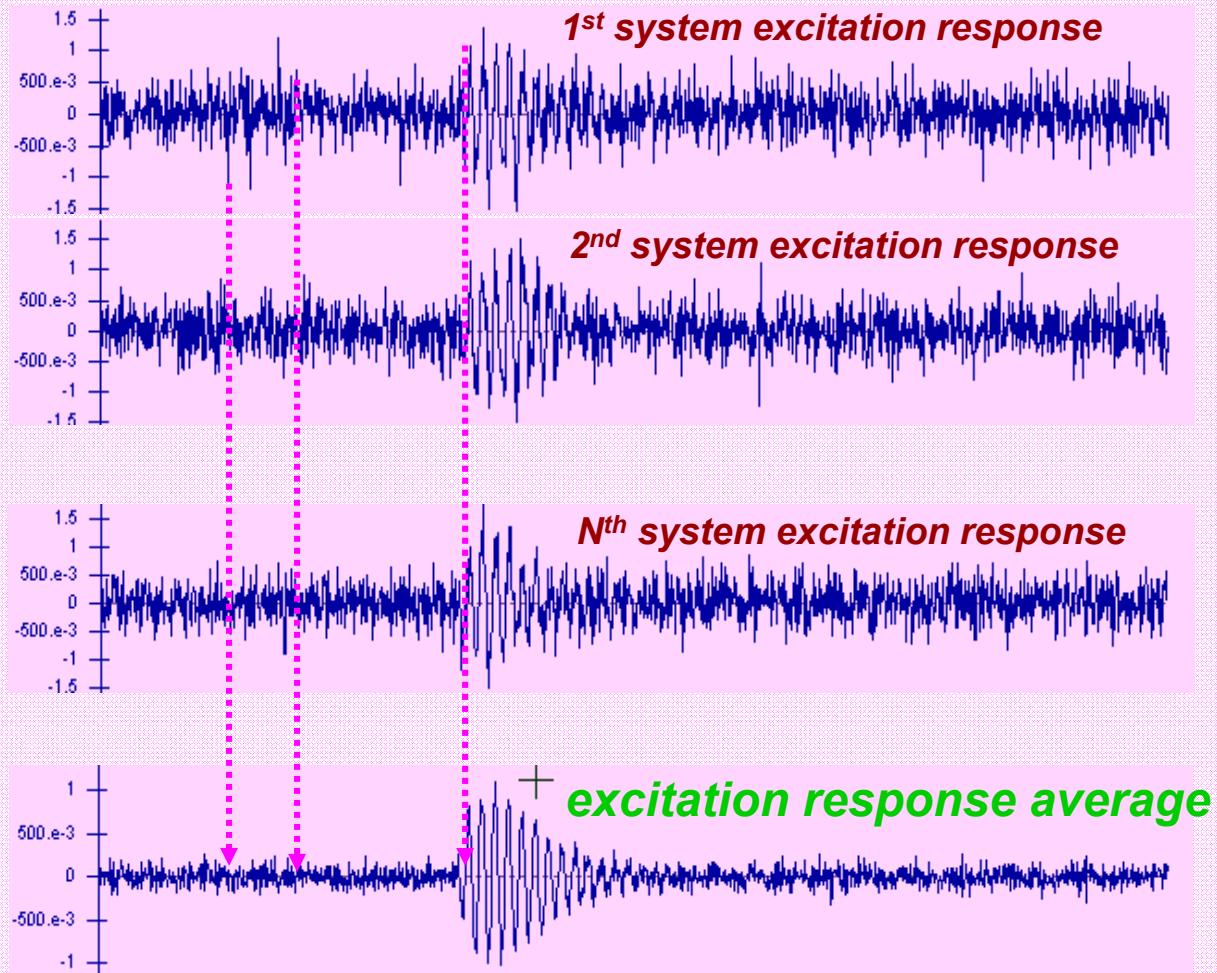
+

+

$$x_N(n) = S(n) + N_N(n)$$



$$x_{\text{Aver}}(n) = \frac{1}{K} \cdot \sum_{i=1}^K x_i(n)$$

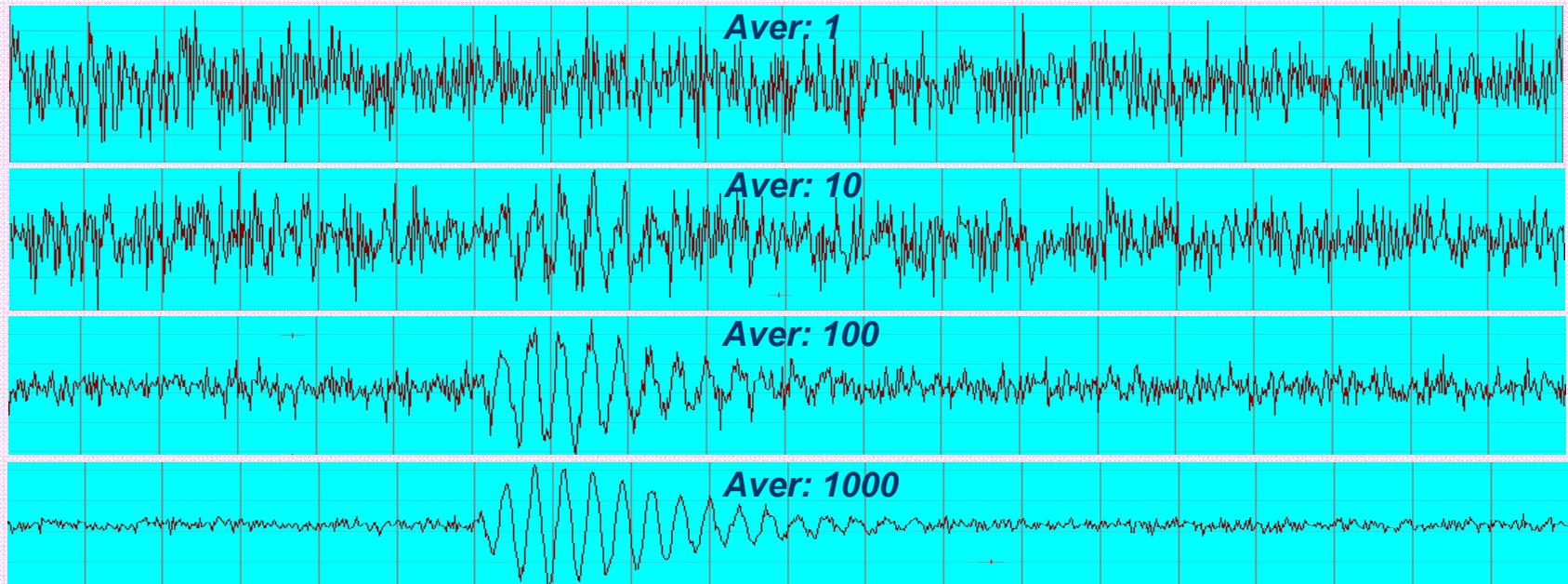


## T - AVERAGING (cont')

If the noise vectors  $N_i(n)$  are independant than it can be shown that:

$$\text{SNR}_N(\text{dB}) = \text{SNR}_1(\text{dB}) + 10 \log_{10} N$$

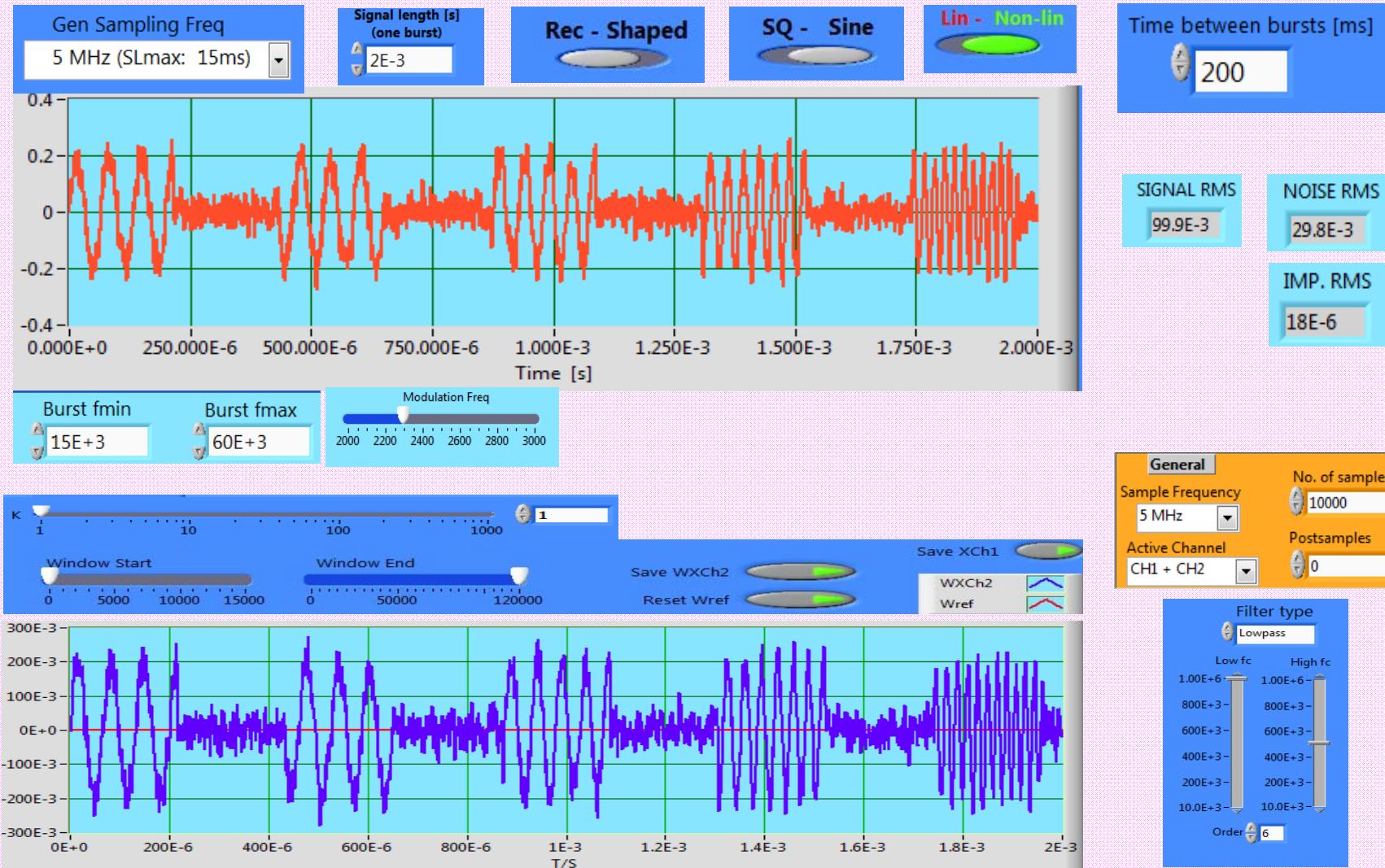
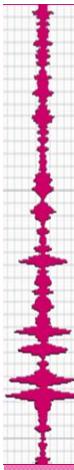
In words: the SNR improvement is proportional to the number of repetition  $N$  of the system excitation



If the noise is NOT random → Averaging is USELESS!

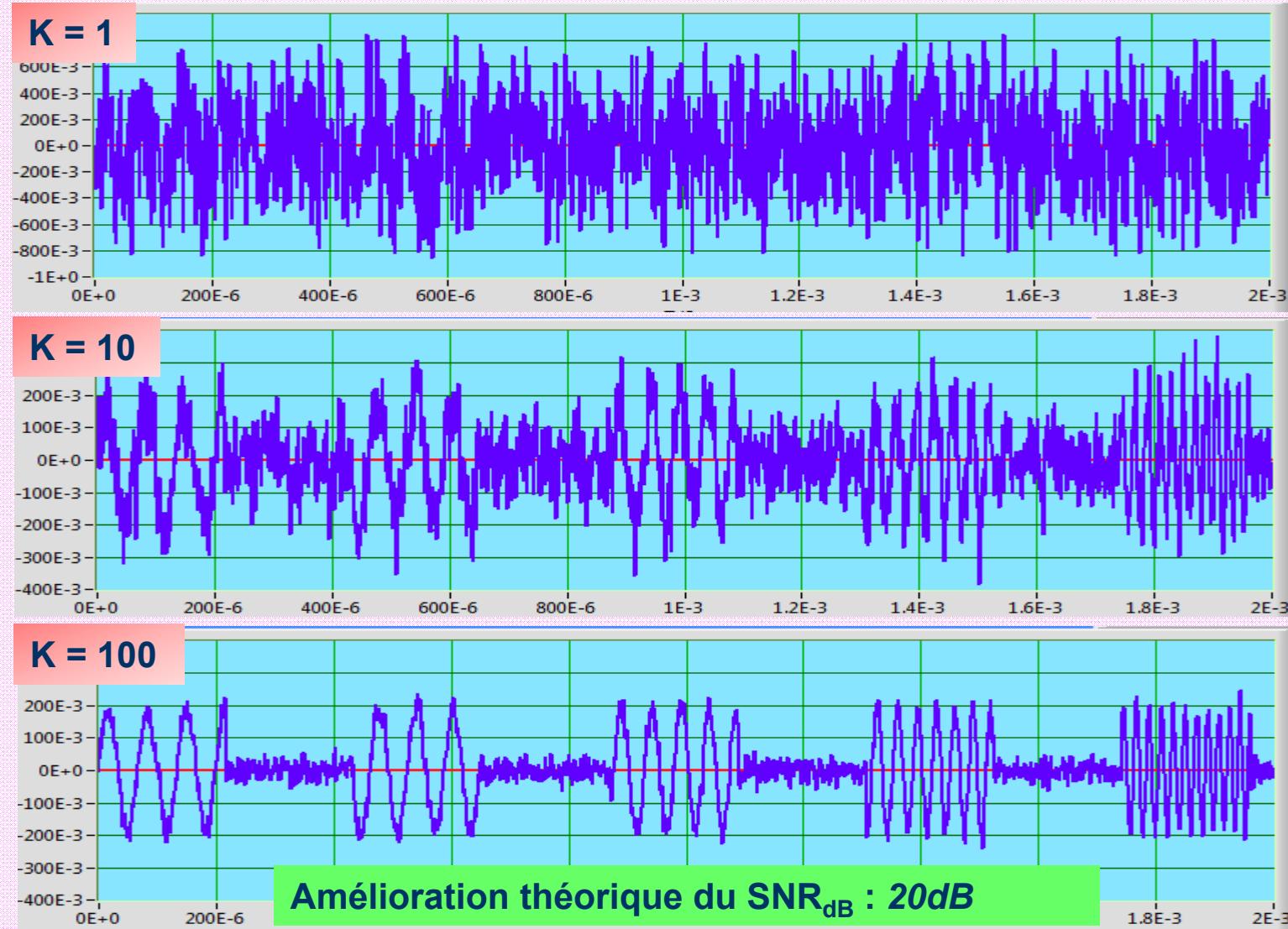
# Lab - Réduction du bruit par répétition et moyennage

1



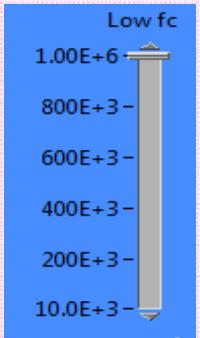


## Lab - Réduction du bruit par répétition et moyennage



SIGNAL RMS	99.9E-3
NOISE RMS	301E-3

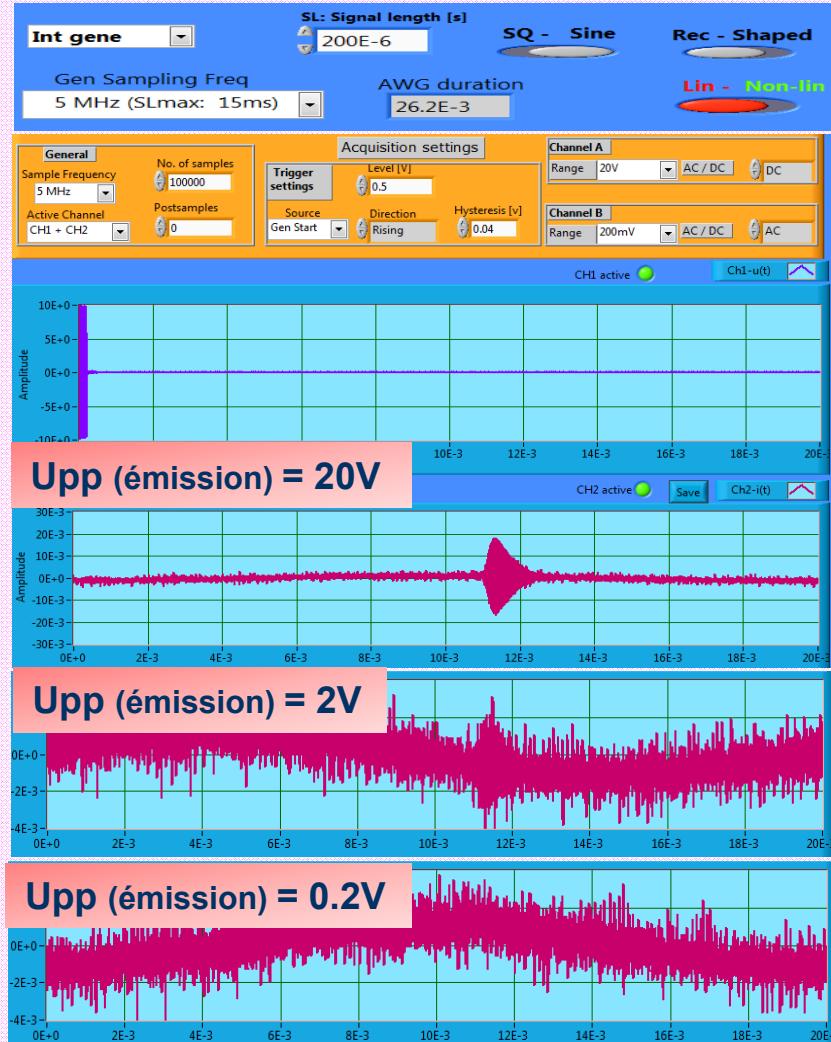
$$\text{SNR}_{\text{in}} = 0.1$$



$$K = 100 \rightarrow \text{SNR}_{\text{out}} = 10$$

# Lab - Réduction du bruit par répétition et moyennage

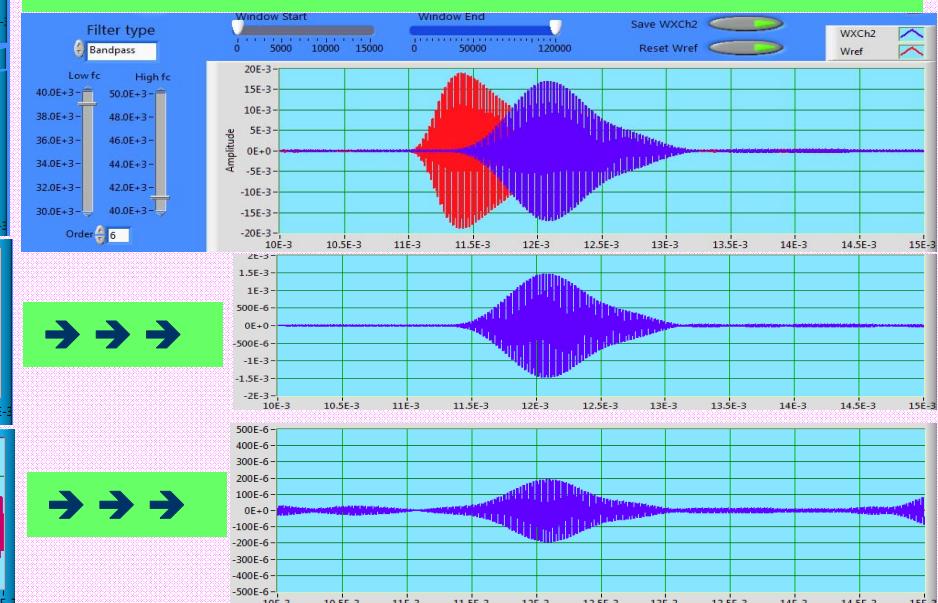
3



## Transducteurs ultrasons de 40 kHz

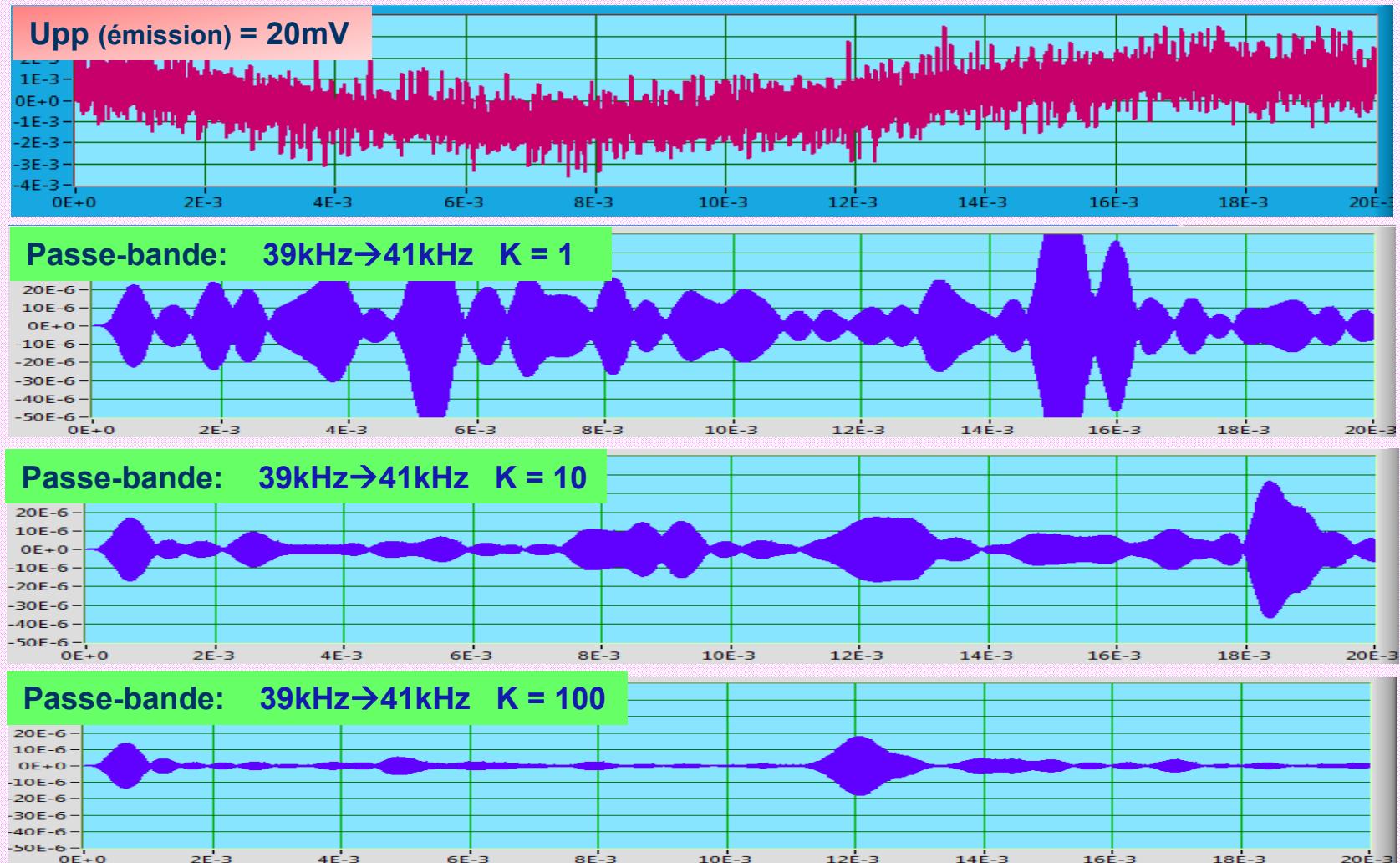


Passe-bande: 30kHz → 50kHz 39kHz → 41kHz



## Lab - Réduction du bruit par répétition et moyennage

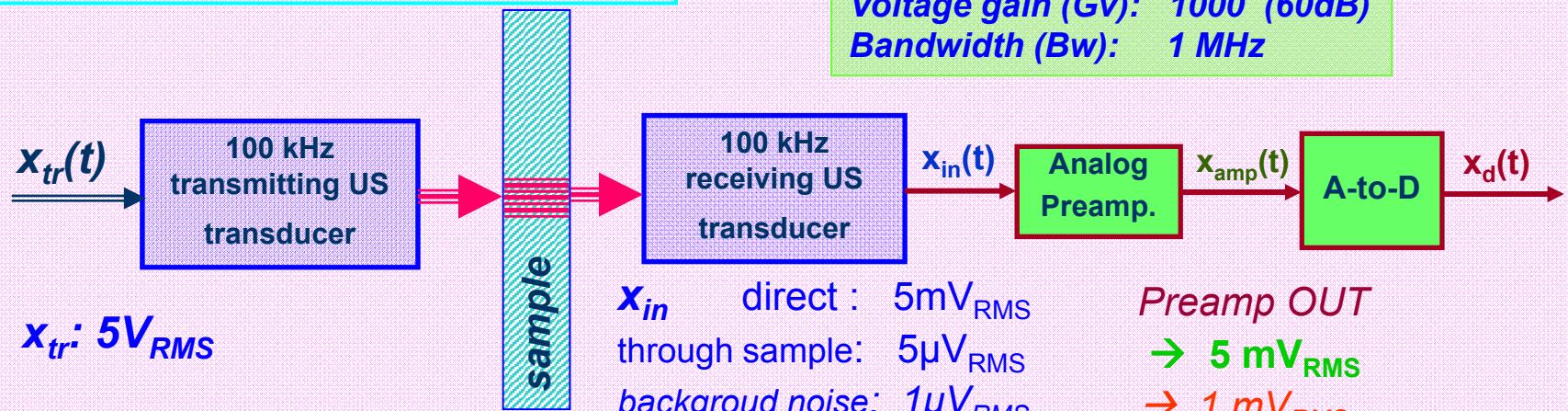
4



# T – Bruit dans un système d'acquisition de signal 1

## Example from acoustics:

Transducer → air → transducer: - 60 dB



Sample attenuation: 60 dB

Analog Preamp: LM6142

Equivalent input noise:  $16 nV_{RMS} / \sqrt{Hz}$   
 $\rightarrow 16 \mu V_{RMS}$  ( $B_w = 1 MHz$ )

A-to-D voltage range:  $\pm 1 V$  (14bits)

$\rightarrow AD_{noise}$ :  $35 \mu V_{RMS}$  (not significant in this case)

➔ Usefull signal is apparently lost in the noise

# T – Bruit dans un système d'acquisition de signal 2

## INTRODUCTION

*“Statistical fluctuation of electric charge exists in all conductors, producing random variation of potential between the ends of the conductor.* The electric charges in a conductor are found to be in a state of thermal agitation, in thermodynamic equilibrium with the heat motion of the atoms of the conductor.

*The manifestation of the phenomenon is a fluctuation of potential difference between the terminals of the conductor” – J.B. Johnson [1]*

“The term spontaneous fluctuations, although, perhaps, theoretically the most appropriate, is not commonly used in practice; usually it is simply called noise”  
– Aldert van der Ziel [2]

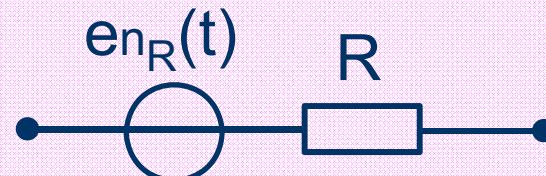
Early investigators of noise likened spontaneous fluctuations of current and voltage in electric circuits to Brownian motion. In 1928 Johnson [1] showed that electrical noise was a significant problem for electrical engineers designing sensitive amplifiers. The limit to the sensitivity of an electrical circuit is set by the point at which the signal-to-noise ratio drops below acceptable limits.

1. J. B. Johnson. Thermal Agitation of Electricity in Conductors. *Physical Review*, July 1928, Vol. 32.
2. Aldert van der Ziel. *Noise*. Prentice-Hall, Inc., 1954.

# T – Bruit dans un système d'acquisition de signal 3

## ***BRUIT D'UNE RÉSISTANCE***

Schéma équivalent d'une résistance en tenant compte du bruit :



La tension efficace (RMS) d'une résistance à 300° K se calcule comme suit :

$$e_R = U_{R\text{RMS}} = 0.12 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{R} \cdot \sqrt{\text{BandePassante}}$$

$$e_{50} = 0.9 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{\text{BandePassante}} \quad e_{1K} = 4 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{\text{BandePassante}} \quad e_{1M} = 130 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{\text{BandePassante}}$$

Tension RMS du bruit pour diverses valeurs de résistances en fonctions de la bande-passante (à 300°K) :

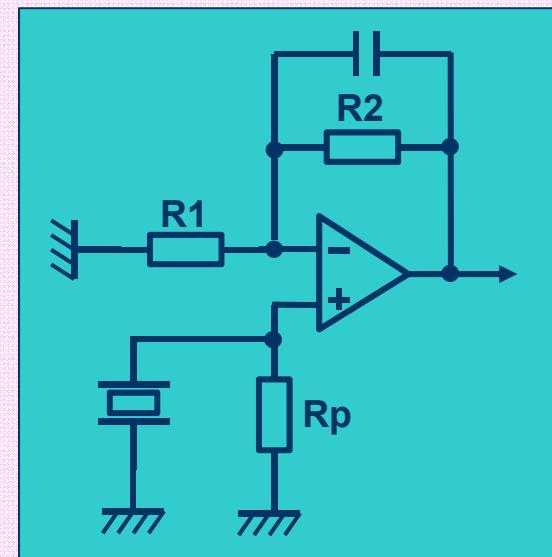
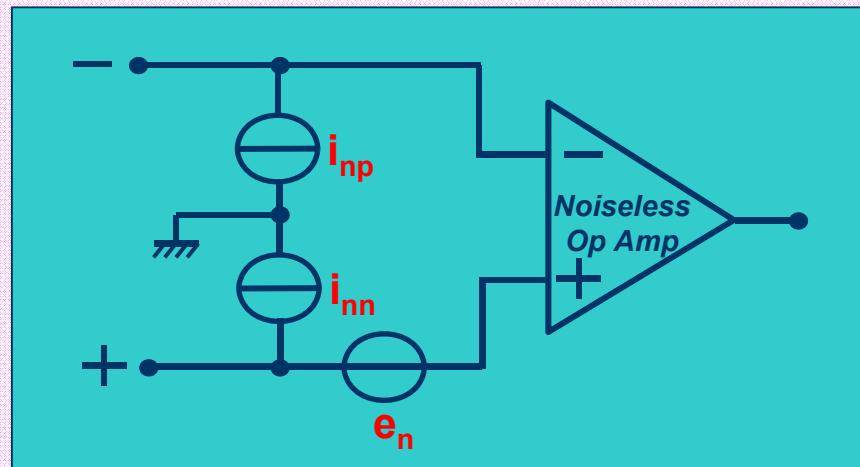
50 Ω	1 kHz: 26 nV <sub>RMS</sub>	100 kHz: 260 nV <sub>RMS</sub>	10 MHz: 2.6 μV <sub>RMS</sub>
1 kΩ	1 kHz: 130 nV <sub>RMS</sub>	100 kHz: 1.3 μV <sub>RMS</sub>	10 MHz: 13 μV <sub>RMS</sub>
100 kΩ	1 kHz: 1.3 μV <sub>RMS</sub>	100 kHz: 13 μV <sub>RMS</sub>	10 MHz: 130 μV <sub>RMS</sub>

# T – Bruit dans un système d'acquisition de signal 4

## PREAMPLIFIER NOISE

### Op Amp Noise Voltage or Current Spectral Density

An operational amplifier (OP Amp) is characterized by the spectral densities of its noise voltage ( $e_n$ ) and noise current ( $i_{nn}$ - $i_{np}$ ) per root hertz, i.e.  $V/\sqrt{\text{Hz}}$  or  $A/\sqrt{\text{Hz}}$ . Spectral densities are commonly used to specify noise parameters.



In a non-inverting voltage preamplifier, the equivalent input noise voltage spectral density is determined as follows ( $R_1 \ll R_{eq}$ ):

$$e_{equi} = (e_n^2 + e_{Req}^2 + i_{np}^2 \cdot |Z_{eq}|^2)^{0.5}$$

$e_n$ : Op Amp Input Noise-Voltage Density - **LM6142**:  $16 \text{ nV}\sqrt{\text{Hz}}$ , **MAX412**:  $2.4 \text{ nV}\sqrt{\text{Hz}}$

$i_{np}$ : Op Amp Input Noise-Current Density - **LM6142**:  $0.2 \text{ pA}\sqrt{\text{Hz}}$ , **MAX412**:  $1.2 \text{ pA}\sqrt{\text{Hz}}$

# T – Bruit dans un système d'acquisition de signal 5

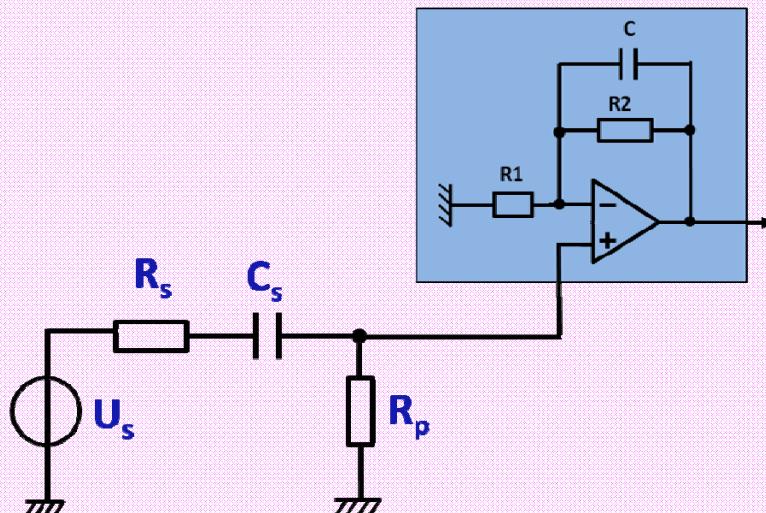
## PREAMPLIFIER NOISE (cont')

$e_{Req}$ : Equivalent voltage spectral density of  $Req$

$Req$ : Real part of the source impedance  $Zs$  at the frequency of operation in parallel with  $Rp$

$|Zeq|$ : Module of the source impedance  $Zs$  at the frequency of operation in parallel with  $Rp$

*Input circuit Req and |Zeq| computation example:*



$$Rp = 10\text{k}\Omega \quad f_{op} = 200\text{kHz}$$

$$Rs = 500\Omega \quad Cs = 1 \text{ nF}$$

$$Zeq = \frac{Rp \cdot \left( Rs + \frac{1}{j \cdot \omega_{op} \cdot Cs} \right)}{Rp + Rs + \frac{1}{j \cdot \omega_{op} \cdot Cs}} = 530 - j \cdot 717$$

$$|Zeq| = |530 - j \cdot 717| = 892$$

$$Req = 530, |Zeq| = 892$$

$$e_{equi} = (e_n^2 + e_{Req}^2 + i_{np}^2 \cdot |Zeq|^2)^{0.5}$$

# T – Bruit dans un système d'acquisition de signal 6

## PREAMPLIFIER NOISE (cont')

Equivalent preamplifier output noise:

$$U_{\text{outRMS}} = G_v \cdot \sqrt{\text{Bandwidth}} \cdot e_{\text{equi}}$$

Example:  $G_v = 100$ ,  $B_w = 1 \text{ MHz}$ , **LM6142** and **Max412**

**LM6142**  $100 \cdot \sqrt{1 \cdot 10^6} \cdot \sqrt{(16 \cdot 10^{-9})^2 + (2.9 \cdot 10^{-9})^2 + (0.2 \cdot 10^{-12} \cdot 892)^2} = 1.6 \times 10^{-3} \text{ V}_{\text{RMS}}$

**Max412**  $100 \cdot \sqrt{1 \cdot 10^6} \cdot \sqrt{(2.4 \cdot 10^{-9})^2 + (2.9 \cdot 10^{-9})^2 + (1.2 \cdot 10^{-12} \cdot 892)^2} = 3.9 \times 10^{-4} \text{ V}_{\text{RMS}}$

*Appropriate OPAMP choice and resistor values optimization  
→ SNR improvement*

Q: What happens if  $C_s = 10 \text{ pF}$  instead of  $1 \text{nF}$  ?

$(Z_{\text{eq}} = 9800 - j 1200)$



# PROBLEMS

## Problem 9.1

In a non-inverting voltage preamplifier, the equivalent input noise voltage spectral density is determined as follows ( $R_1 \ll R_{\text{eq}}$  and  $R_p \gg R_s$ ):

$$e_{\text{equi}} = (e_n^2 + e_{R_s}^2 + i_{np}^2 \cdot R_s^2)^{0.5} \quad \text{where } R_s = \text{real}[Z_s]$$

You have the choice between two Op Amps: Max412 and LM6142. Which one do you use if:

a)  $R_s = 400\Omega$    b)  $R_s = 100k\Omega$    with    $e_{R_s} = 4 \text{ nV} \cdot (R_s/1000)^{0.5} / (\text{Hz})^{0.5}$    ( $300^\circ\text{K}$ )

## Problem 9.2

In the example of page 29 the *through sample* signal is equal to  $5 \mu\text{V}_{\text{RMS}}$  and the equivalent LM6142 input noise to  $16\mu\text{V}_{\text{RMS}}$  → **Preamp OUT SNR(dB) ≈ 20 log(5mV<sub>RMS</sub> / 16mV<sub>RMS</sub>) ≈ -10dB**

The 100kHz ultrasound signal **rise-time** and **fall time** is approximately equal to **70μs**.

a) How many repetition do you need in order to obtain a  $\text{SNR}_{\text{Proc}}(\text{dB}) = 20\text{dB}$

$$\rightarrow U_{\text{sample}}_{\text{RMS}} / U_{\text{noise}}_{\text{RMS}} = 10$$

b) What improvement do we get if we replace the **LM6142** by a **Max412**?

*Consider that the effect of  $u_n$  largely dominates the effect of  $i_{np}$ .*



### Problème 9.3 Calcul de SNR et amélioration par filtrage

a) Un préamplificateur a une bande passante de 10MHz et un bruit équivalent d'entrée  $e_{equi}$  de  $4nV/(Hz)^{1/2}$ . Si l'amplitude du signal du générateur est de  $2 \mu V_{rms}$ , quel est le SNR(dB) à l'entrée du préamplificateur ?

$$Rappel : \text{SNR}(dB) = 20 \cdot \log_{10}(U_{signal\ RMS}/U_{bruit\ RMS}) = 10 \cdot \log_{10}(P_{signal\ RMS}/P_{bruit\ RMS})$$

$$20 \text{ dB} \rightarrow P_{signal\ RMS}/P_{bruit\ RMS} = 100 \quad \text{ou} \quad U_{signal\ RMS}/U_{bruit\ RMS} = 10$$

$$-20 \text{ dB} \rightarrow P_{signal\ RMS}/P_{bruit\ RMS} = 0.01 \quad \text{ou} \quad U_{signal\ RMS}/U_{bruit\ RMS} = 0.1$$

b) Si la fréquence centrale du signal du générateur est de 1MHz avec une bande-passante de 10 kHz, quelle sera le nouveau SNR(dB) à la sortie d'un filtre passe-bande placé après le préampli ? (Bw : bande-passante)

$$Rappel : \text{SNR}(dB)_{out} = \text{SNR}(dB)_{in} + 10 \cdot \log_{10}[Bw_{bruit}/Bw_{signal}]$$

### Problème 9.4 Amélioration du SNR par répétition

Si le SNR(dB) = -10dB après filtrage et optimisation du préamplificateur et en admettant que l'on puisse travailler en mode répétitif, combien de répétition faudra-t-il pour que le SNR soit amélioré de 30dB ?

$$Rappel : \text{Amélioration en dB} : 10 \cdot \log_{10} N$$

Quelles sont les conditions pour que la répétition produise l'amélioration désirée ?

## T - CORRELATION - WINDOWING

**Definition:** The correlation between waveforms is a measure of the **similarity or resemblance** between the waveforms. When  $x(t)$  and  $y(t)$  are time-limited functions then their correlation, also called the **cross-correlation** is defined as:

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} x(t) \cdot y(t + \tau) dt$$

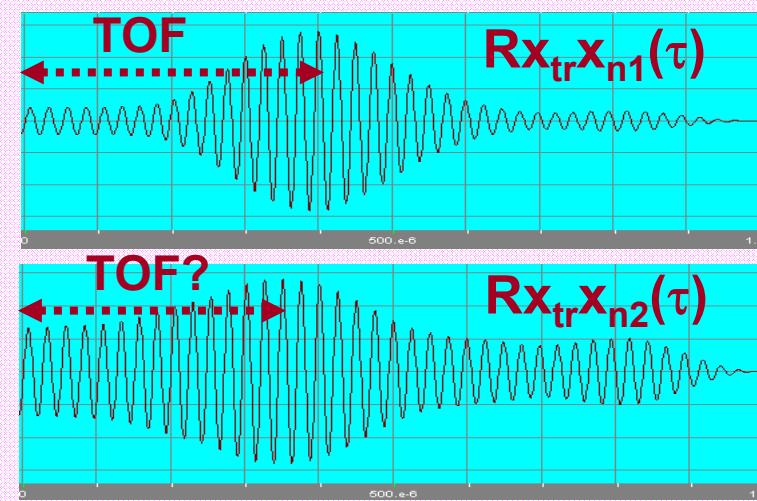
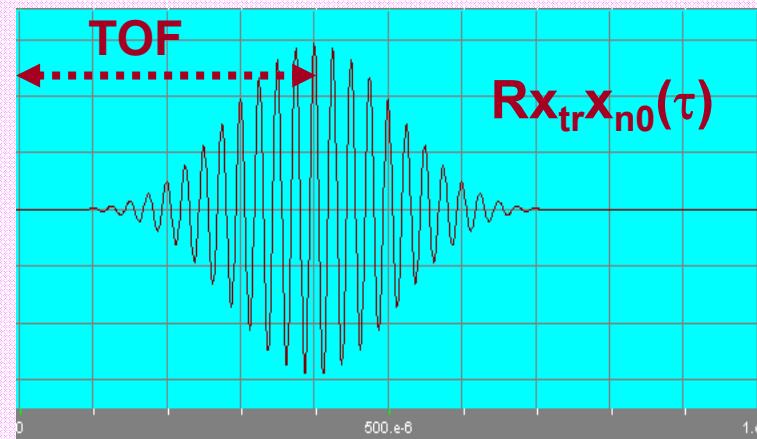
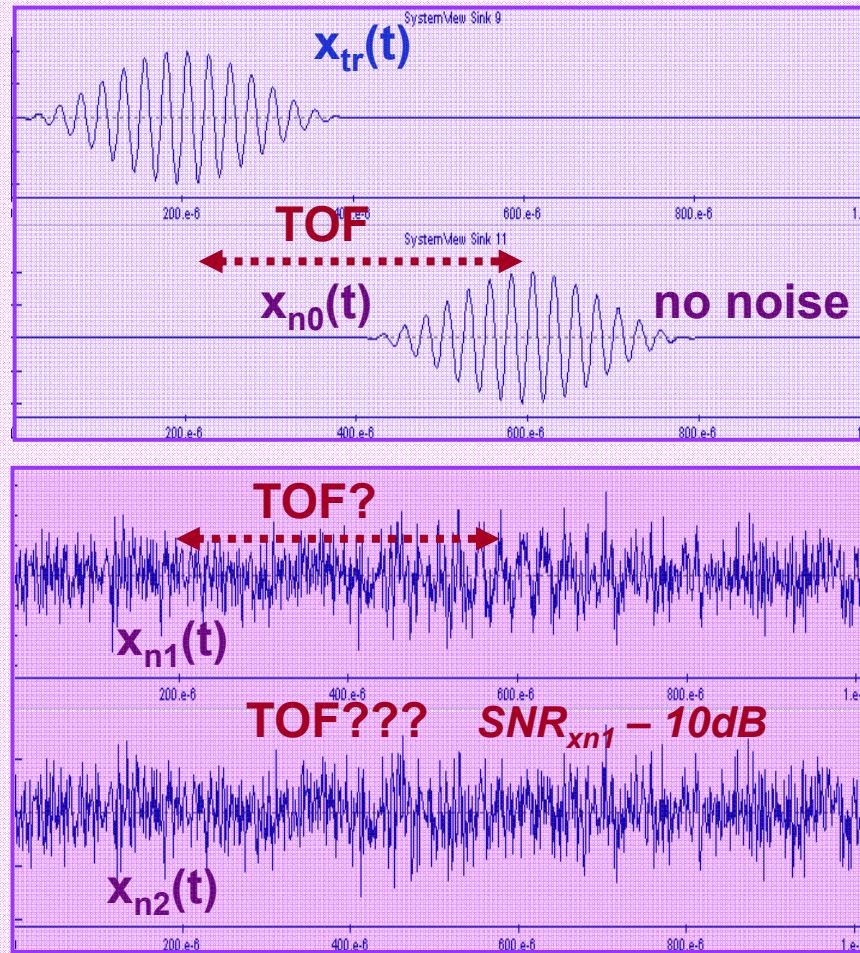
with  $x(t)$  and  $y(t)$  completely defined in the interval  $t_1$  to  $t_2$

In the discrete case, i.e.  $x(t) \rightarrow x(n)$  and  $y(t) \rightarrow y(n)$ , their **cross-correlation** is usually defined as follows:

$$R_{XY}(n) = \frac{1}{L - K + 1} \cdot \sum_{m=K}^L x(n) \cdot y(n + m)$$

where  $K$  and  $L$  define a realistic interval over which  $R_{XY}(n)$  is computed.

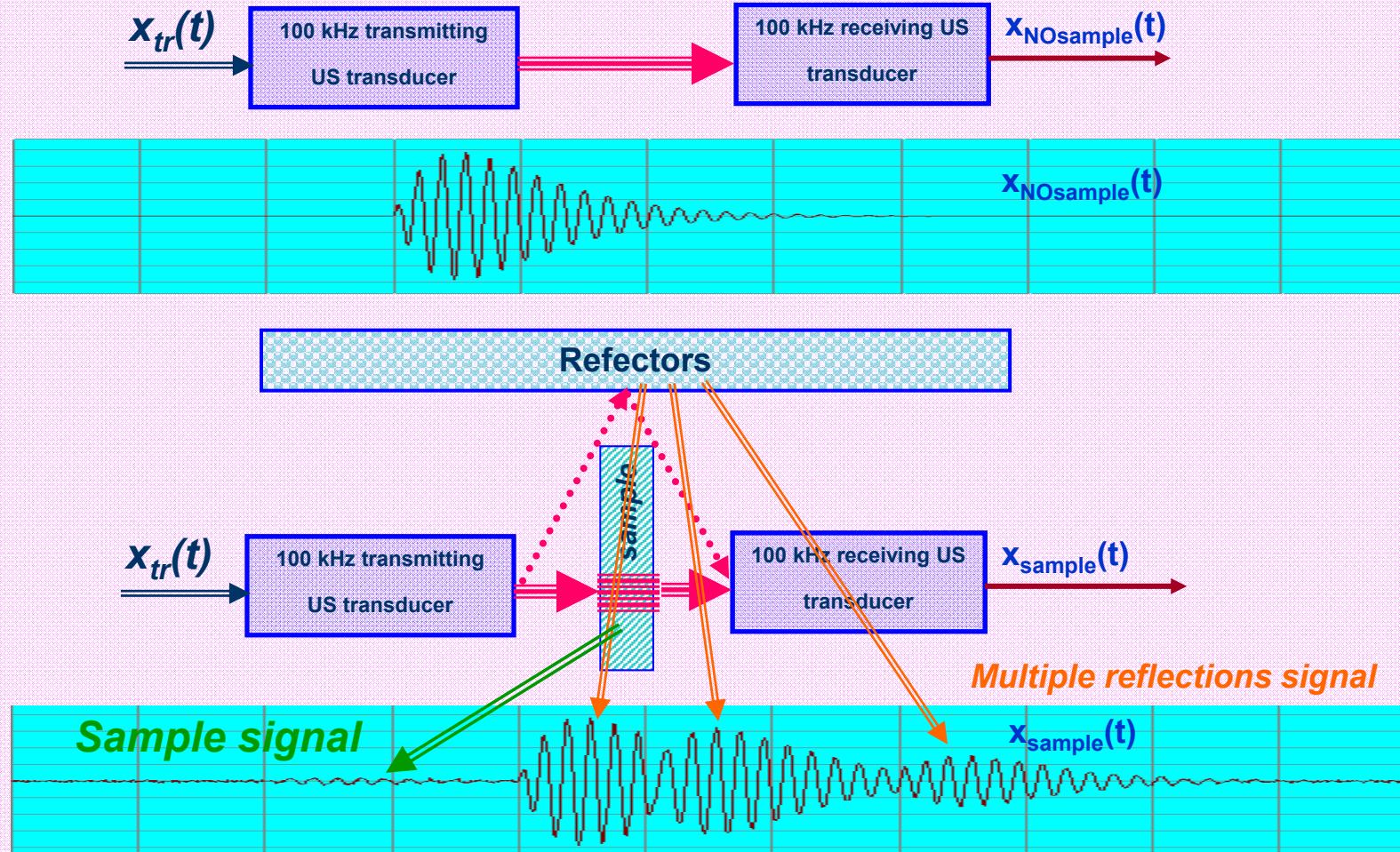
## T- CROSS-CORRELATION APPLICATION: Time-of-flight (TOF)



**Problem:** The maximum is NOT reliably determined when the noise gets very strong!

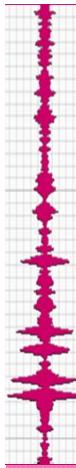
# T - CORRELATION – WINDOWING

1

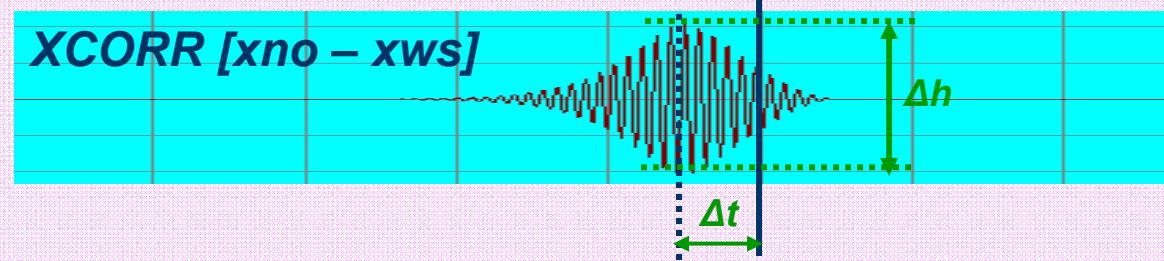
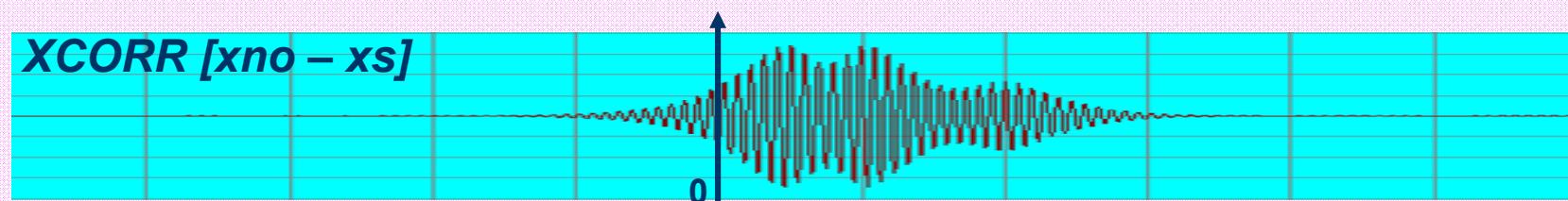
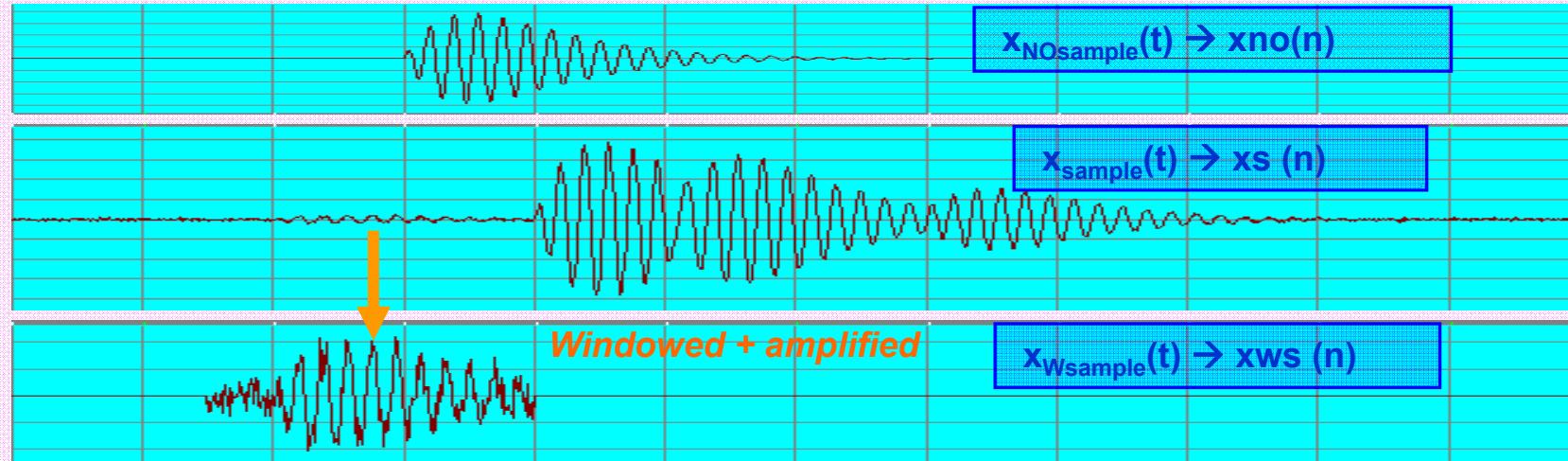


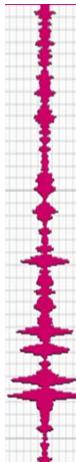
## T - CORRELATION – WINDOWING

2



Analog and Digital Signal Processing





## Lab - Corrélation

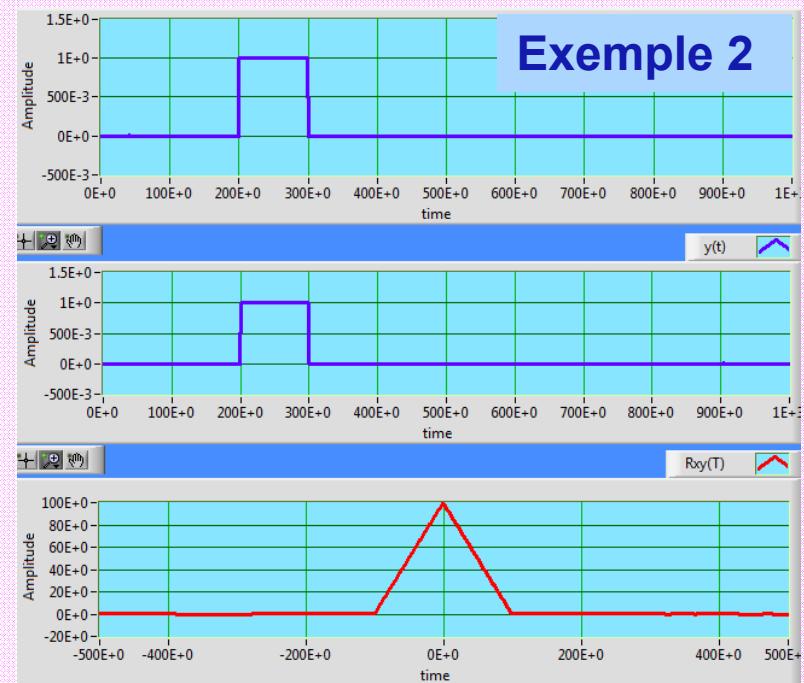
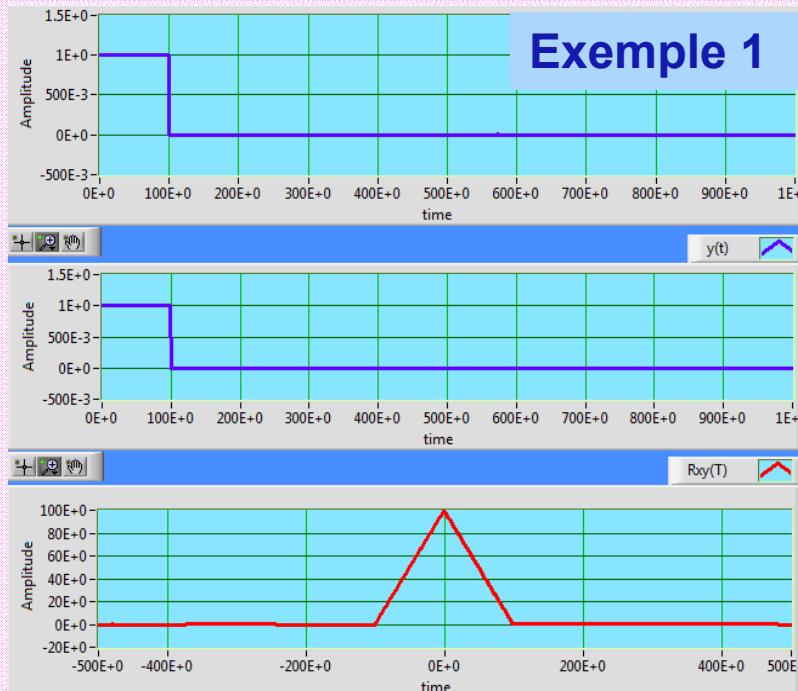
1

**Mesure de la ressemblance entre deux signaux en fonction du décalage dans le temps de l'un deux.**

**Definition: Corrélation ou “Cross-Correlation”**

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{t_2 - t_1} \cdot \int_{t_1}^{t_2} x(t) \cdot y(t + \tau) dt$$

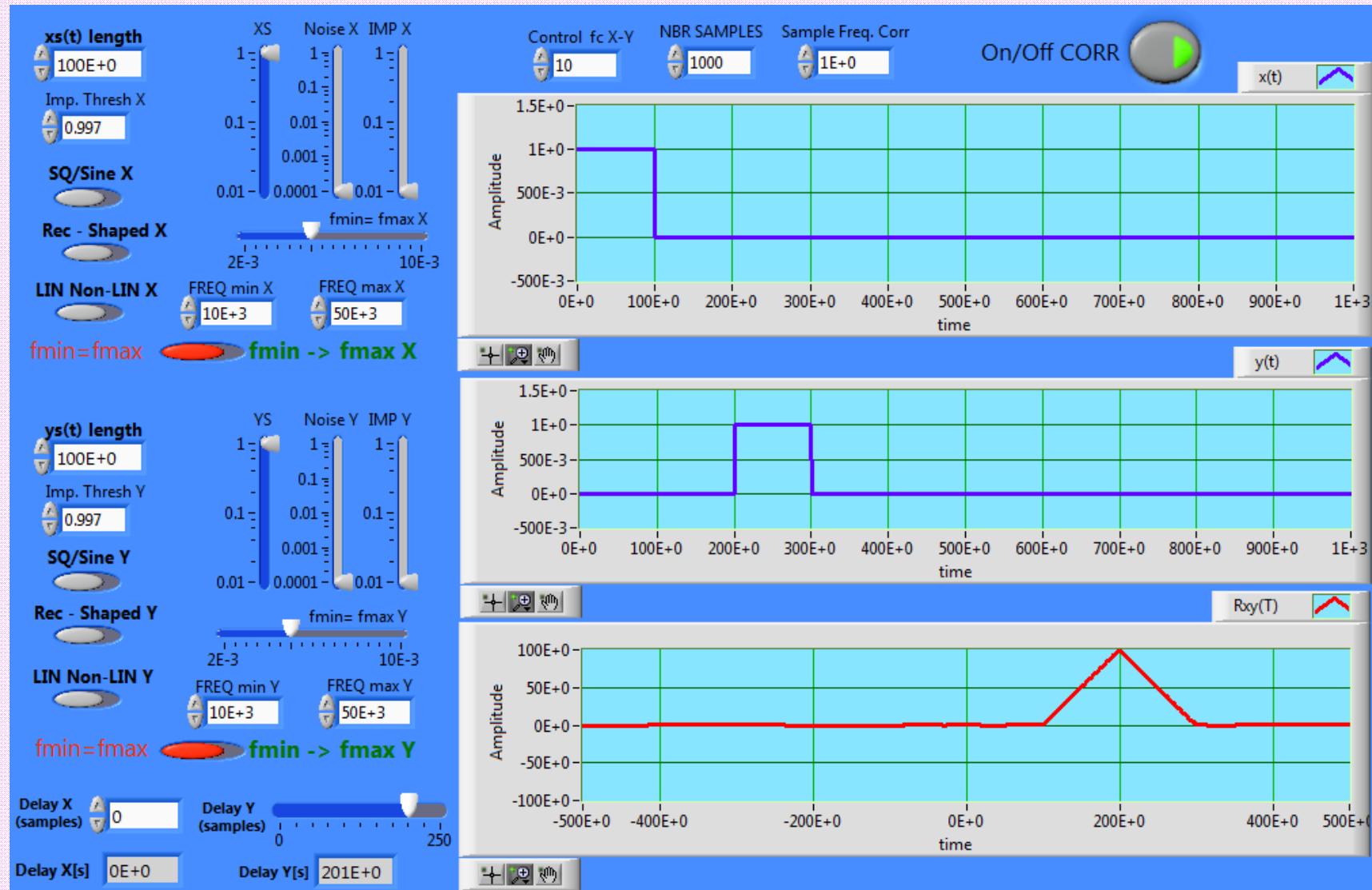
Note: On parle d'auto-corrélation quand  $x(t) = y(t)$





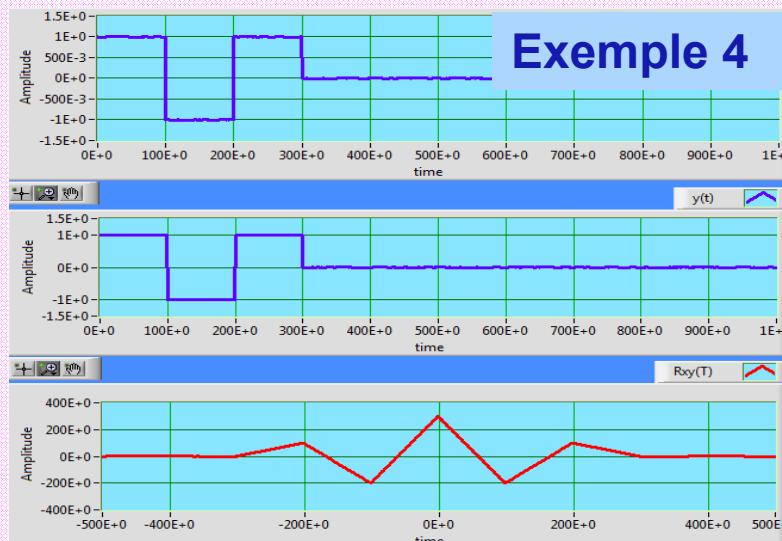
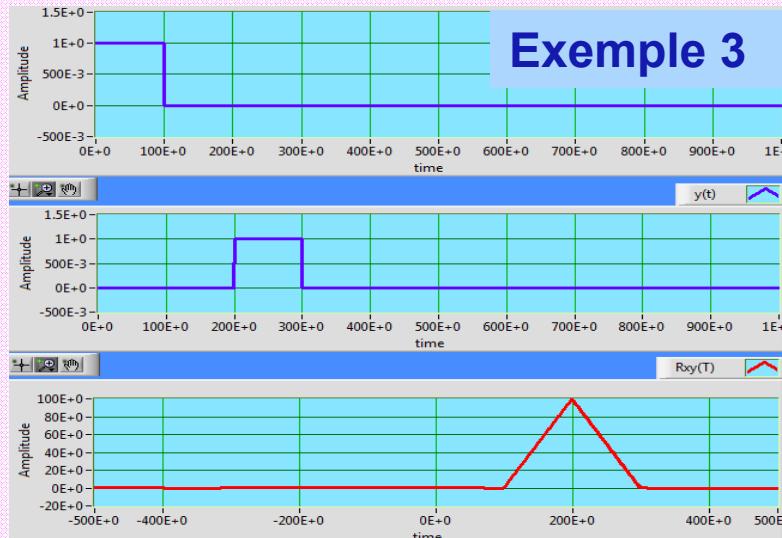
## Lab - Corrélation

2



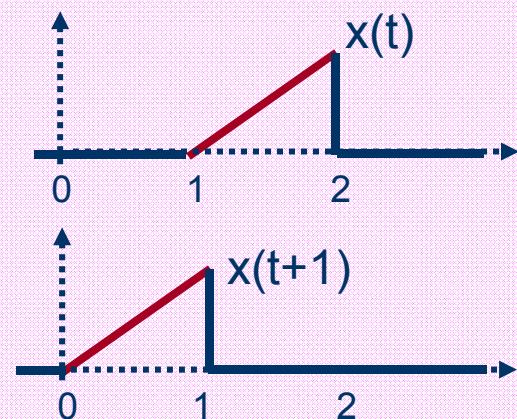


## Lab - Corrélation



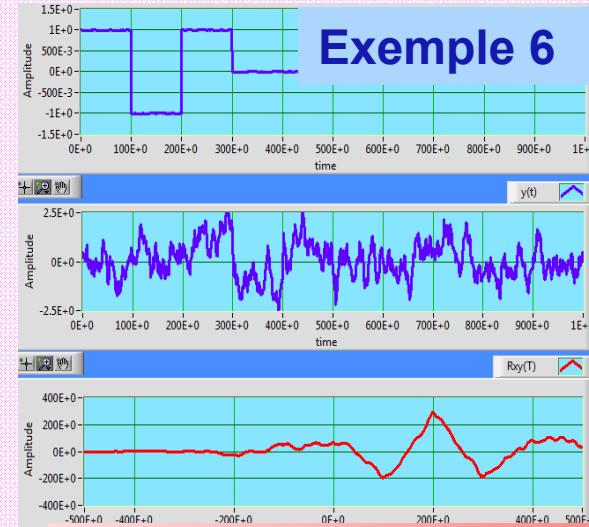
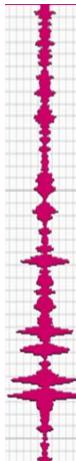
3

Rappel:



Dans cet exemple :  $y(t+200) = x(t) \rightarrow$  on obtiendra le maximum de la corrélation pour  $T = 200$

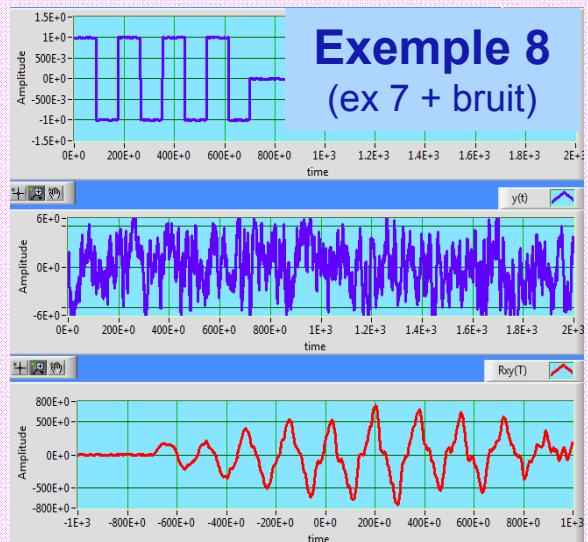
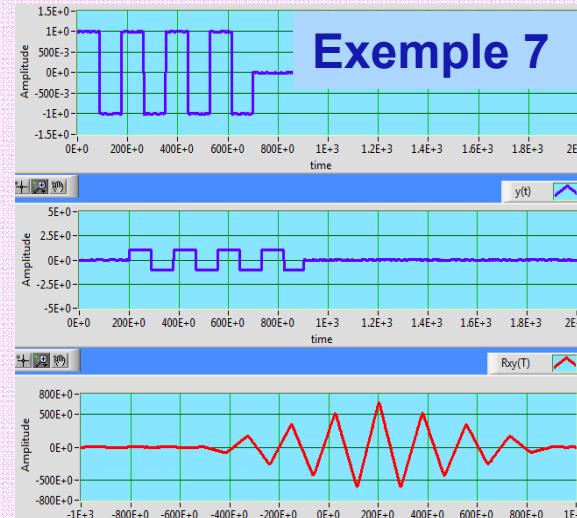




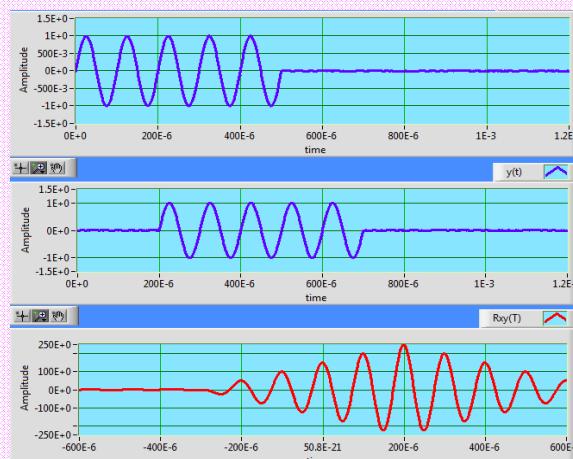
*Le maximum de la corrélation correspond au délai (ex: de propagation) entre les deux signaux*

## Lab - Corrélation

4



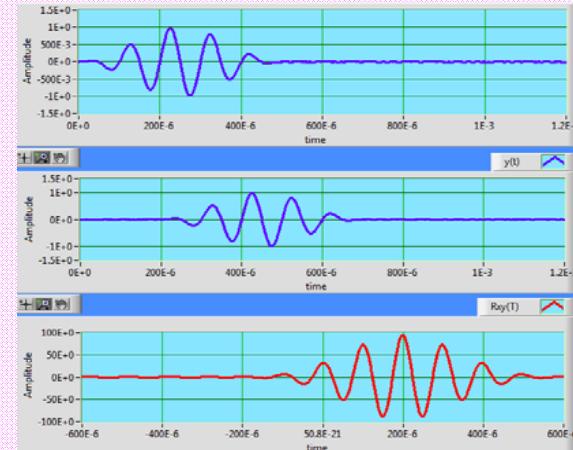
Dans l'exemple 8, le maximum est difficile à déterminer avec précision



## Exemple 9

Avec enveloppe →

*La corrélation est plus compacte → le maximum sera mieux défini*

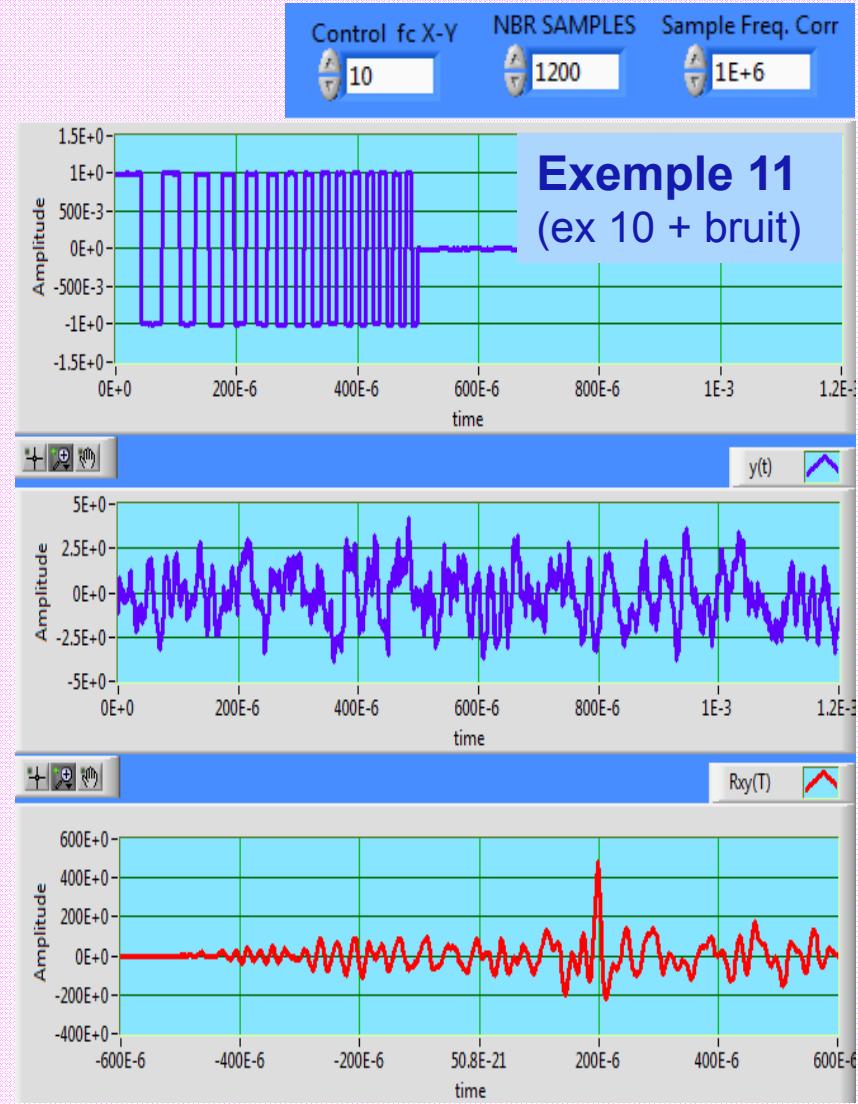
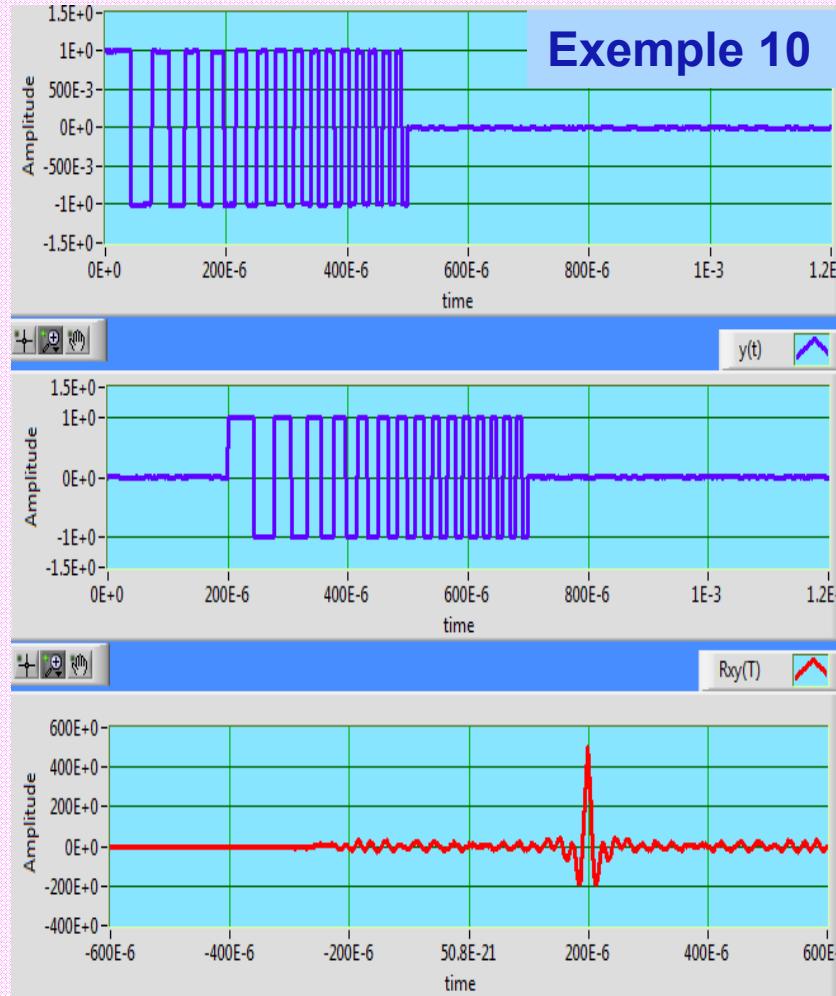




## Lab - Corrélation

5

Chirp: 10kHz → 50kHz



## Lab - Corrélation – Application pratique : mesure de variation de distance (transducteurs ultrasons de 40 kHz)

Int gene  Signal length [s] (one burst)  SQ - Sine  Rec - Shaped   
 Gen Sampling Freq  AWG duration  Frequency sweep:

$f_{\min} = f_{\max}$    $f_{\min} \rightarrow f_{\max}$

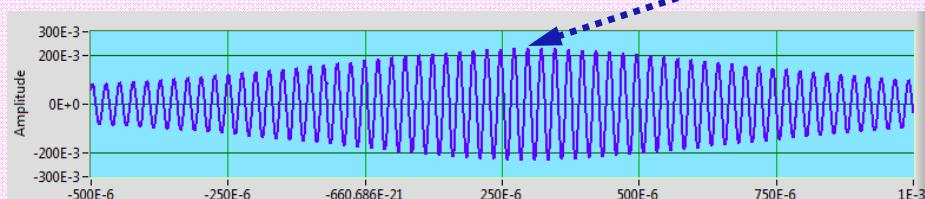
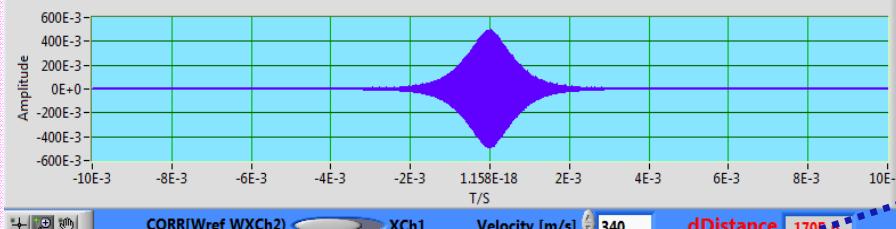
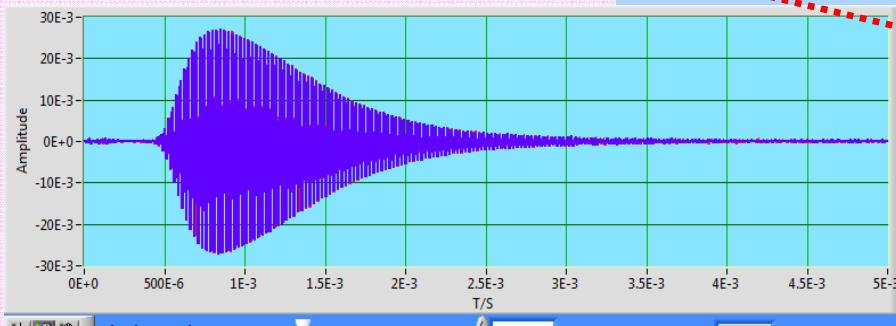
40 kHz, 1Vpp

Sample Frequency    
No. of samples

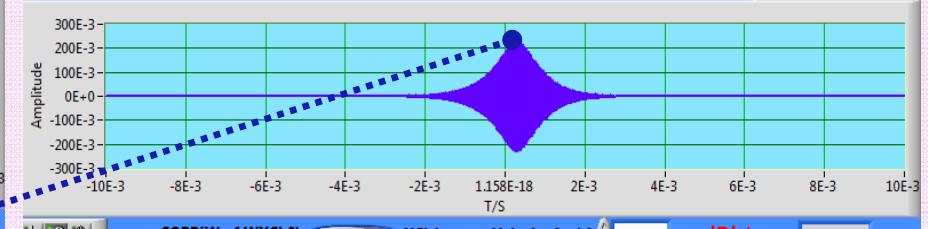
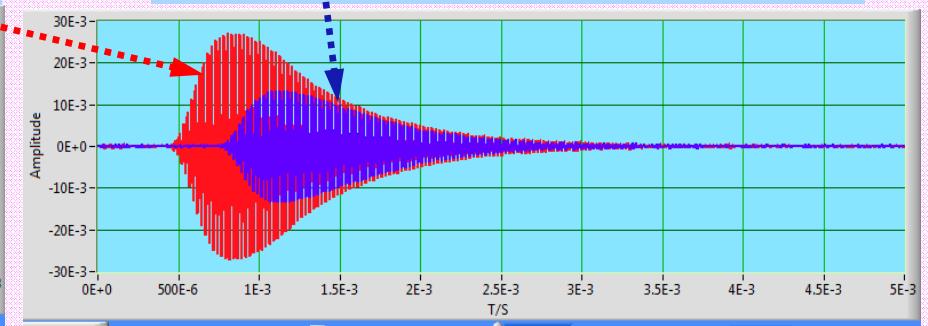
Acquisition Settings

Filtre passe-bande à régler !

Référence



Déplacement d'environ 10cm

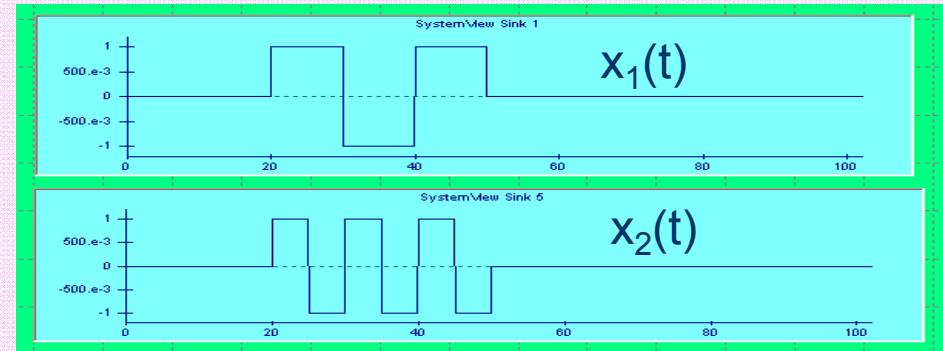


Tester la sensibilité au bruit.....

## Problème 9.5 (Correlation)

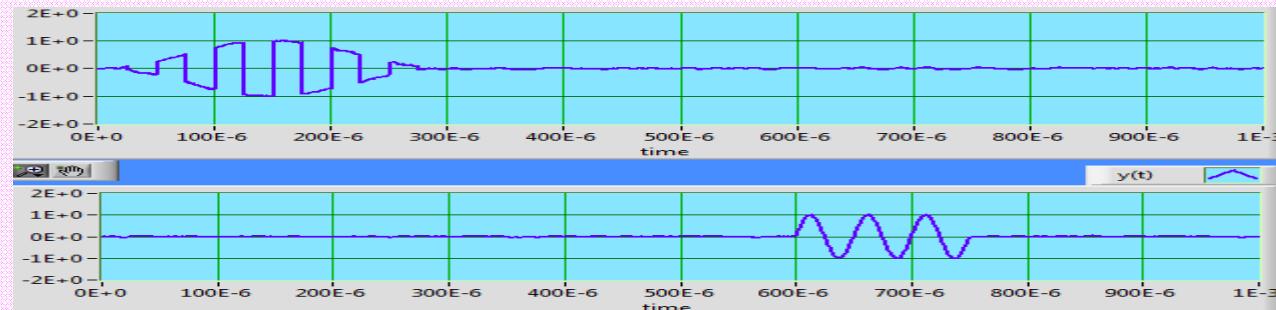
Tracer et déterminer le maximum de :

- a)  $R_{x_1 x_1}(\tau)$
- b)  $R_{x_2 x_2}(\tau)$
- c)  $R_{x_1 x_2}(\tau)$

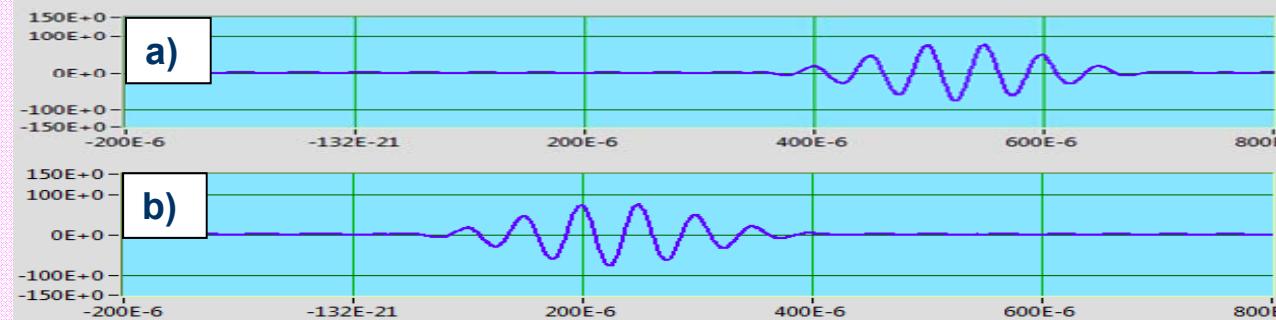


## Problème 9.6 (Correlation)

Soit ces 2 signaux :

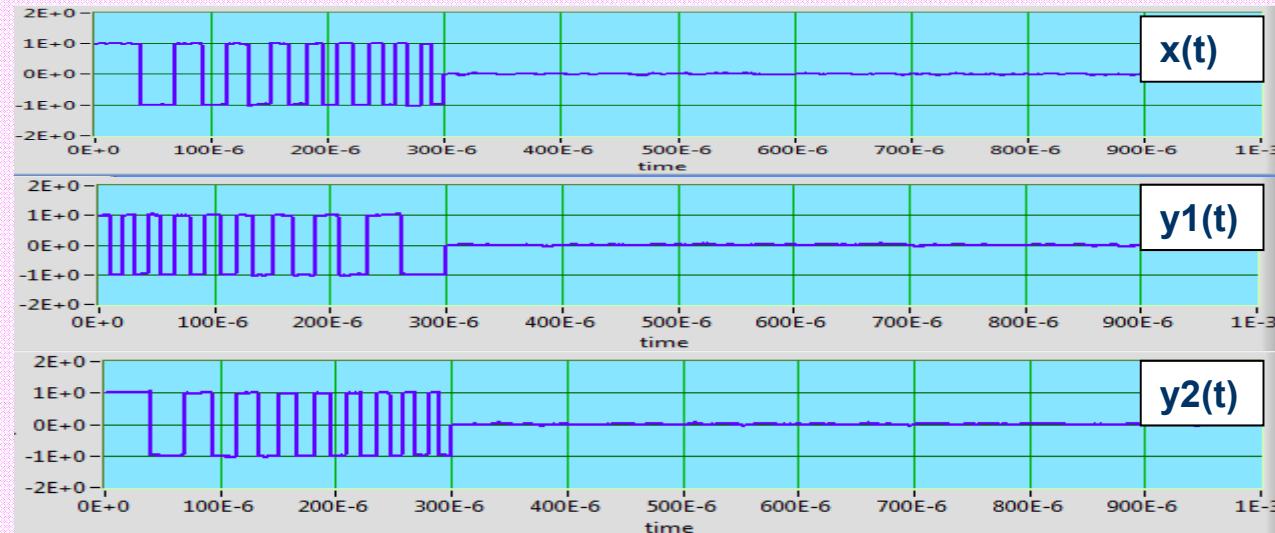


Laquelle de ces deux cross-correlations est la bonne ?

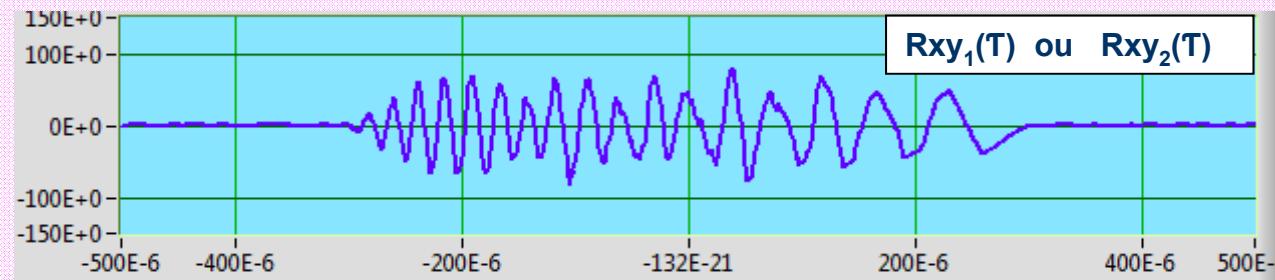


## Problème 9.7 (Corrélation)

Soit ces trois signaux :



Quelle cross-corrélation est-ce ?  $R_{xy_1}(t)$  ou  $R_{xy_2}(t)$

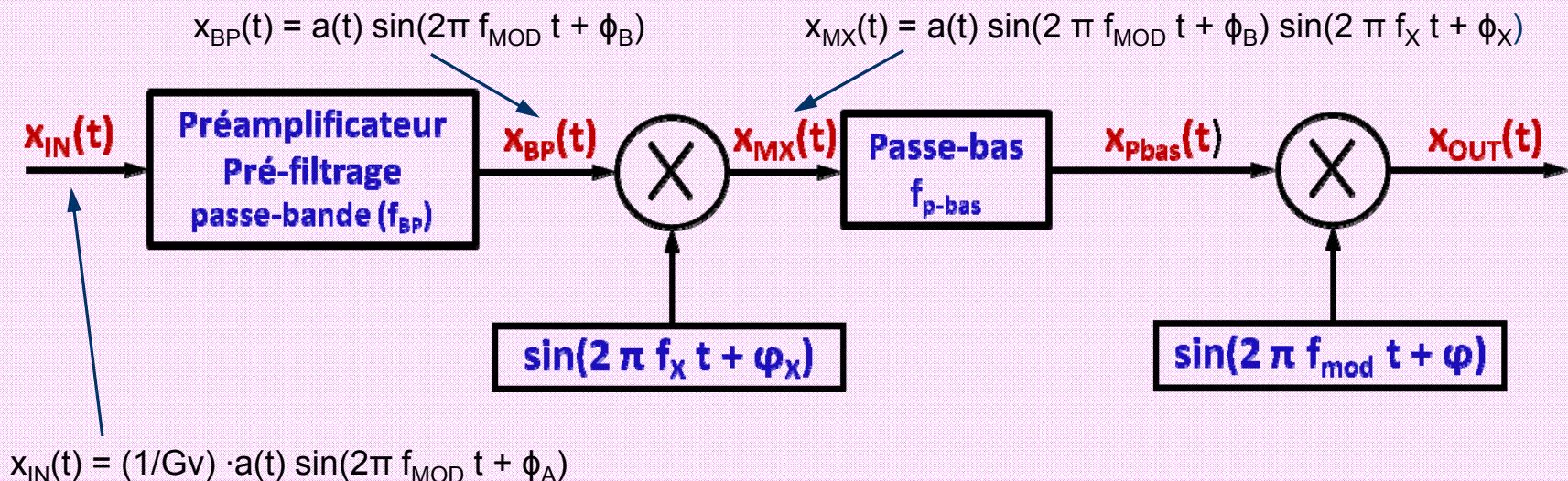


## T – Lock-In Amplifier – Détection synchrone et pseudo-synchrone 1

**INTRODUCTION:** Dans beaucoup de processus physiques, l'information utile  $a(t)$  est directement ou indirectement multipliée par un signal sinusoïdal de fréquence  $f_{MOD}$  beaucoup plus élevée que celles contenues dans  $a(t)$ .

Si  $f_{MOD}$  ainsi que sa phase sont disponibles, ou qu'ils peuvent être retrouvés par un moyen tel que le PLL (phase-locked loop), alors on peut utiliser une structure appelée "**Lock-In**" ou "**Détection Synchrone**" pour retrouver  $a(t)$  de façon optimale. Cependant, si la phase de  $f_{MOD}$  n'est pas disponible ou qu'elle est trop instable, alors une structure appelée "**Détection Pseudo-Synchrone**" est utilisée.

Structure de la "**Détection Synchrone**" (*analyse sans bruit*)



## T – Lock-In Amplifier – Détection synchrone et pseudo-synchrone

2

$$x_{MX}(t) = a(t) \sin(2 \pi f_{MOD} t + \phi_B) \sin(2 \pi f_x t + \phi_x)$$

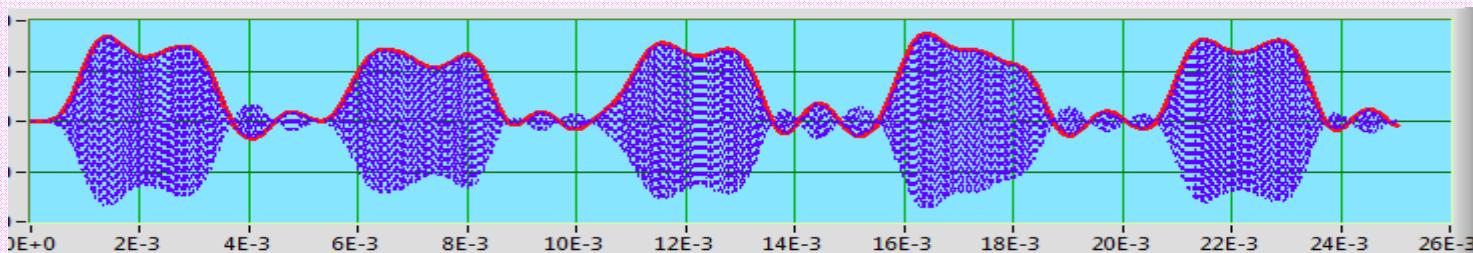
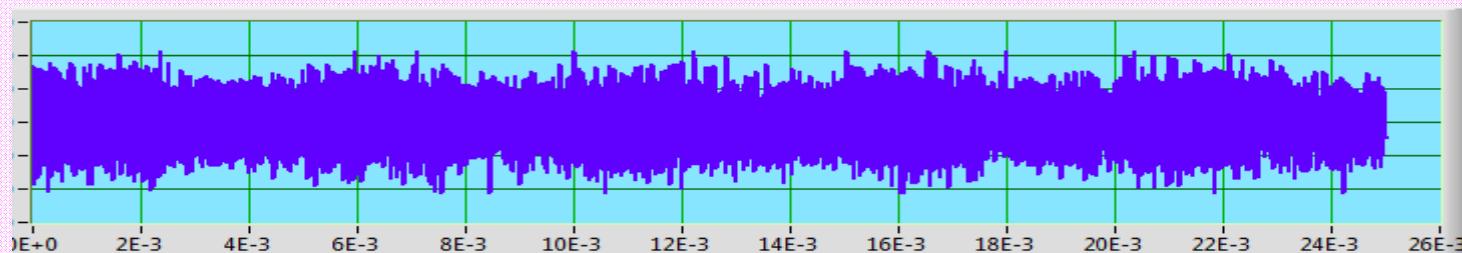
Si  $f_{MOD} = f_x$  et  $\phi_B = \phi_x \rightarrow \sin(2\pi f_{MOD} t + \phi_B)^2 = 0.5 (1 - \cos(2\pi 2f_{MOD} t + 2\phi_B))$

$$\rightarrow x_{MX}(t) = a(t) 0.5 (1 - \cos(2\pi 2f_{MOD} t + 2\phi_B)) \rightarrow x_{Pbas}(t) = 0.5 a(t)$$

Il peut être démontré que l'amélioration du rapport signal-sur-bruit se détermine comme suit :

$$SNR_{OUT} = SNR_{IN} \cdot f_{BP} / f_{p-bas}$$

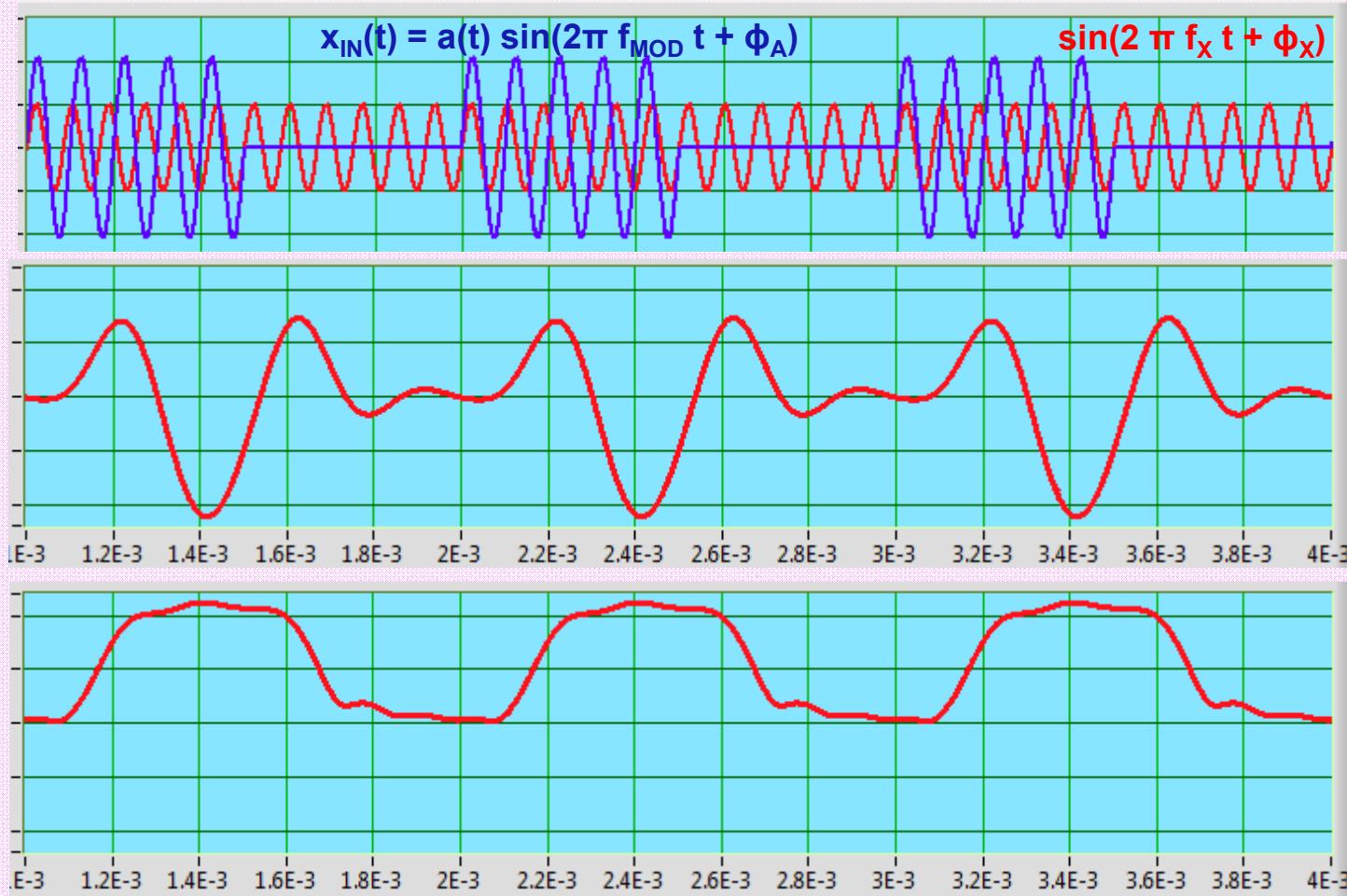
exemple:  $SNR_{OUT} = 0.25 \cdot 500 / 2 = 62.5$



## T – Lock-In Amplifier – Détection synchrone et pseudo-synchrone

3

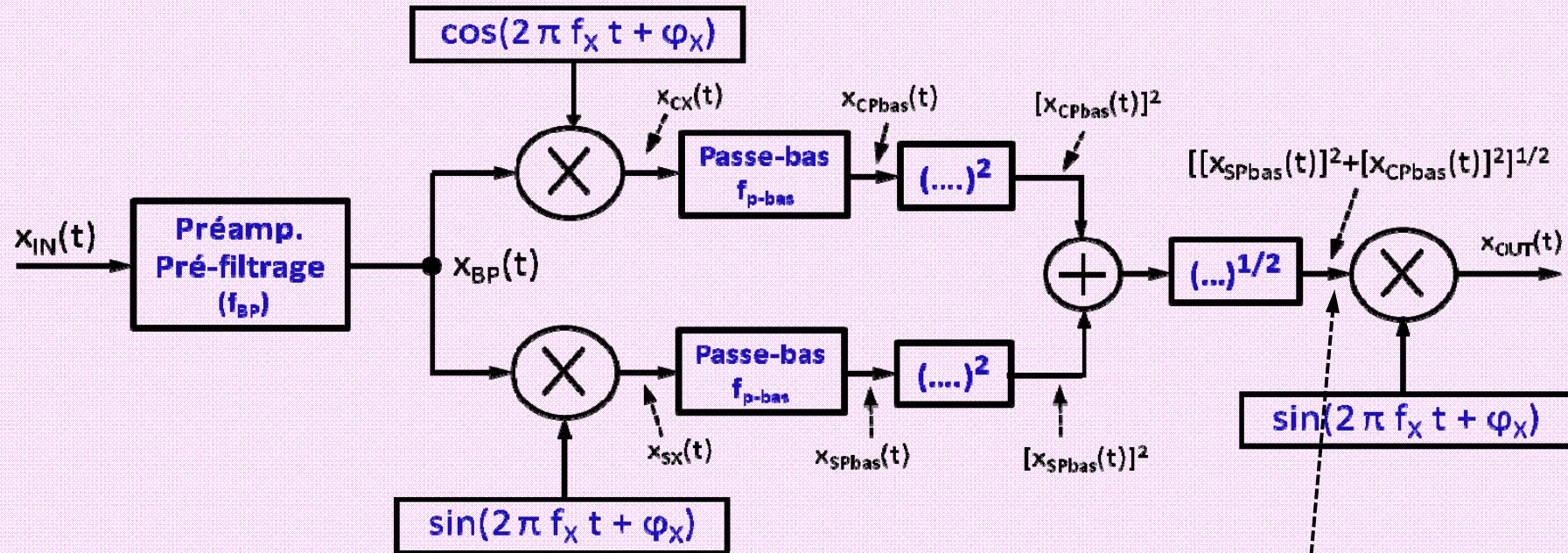
$f_{MOD} \neq f_x \rightarrow$  la démodulation synchrone ne fonctionne pas alors que la démodulation pseudo-synchrone peut fonctionner sous certaines conditions



## T – Lock-In Amplifier – Détection synchrone et pseudo-synchrone

4

Structure de la “Détection Pseudo Synchrone” (analyse sans bruit)



$$x_{IN}(t) = (1/Gv) \cdot a(t) \sin(2\pi f_{MOD} t + \phi_A) \rightarrow x_{BP}(t) = a(t) \sin(2\pi f_{MOD} t + \phi_B)$$

$$x_{SX}(t) = a(t) \sin(2\pi f_{MOD} t + \phi_B) \sin(2\pi f_X t + \phi_X)$$

$$x_{CX}(t) = a(t) \sin(2\pi f_{MOD} t + \phi_B) \cos(2\pi f_X t + \phi_X)$$

$$x_{SPbas}(t) = a(t) 0.5 \cos(\phi_B - \phi_X)$$

$$x_{CPbas}(t) = a(t) 0.5 \sin(\phi_B - \phi_X)$$

$$[[x_{SPbas}(t)]^2 + [x_{CPbas}(t)]^2]^{1/2} = [[a(t) 0.5 \cos(\phi_B - \phi_X)]^2 + [a(t) 0.5 \sin(\phi_B - \phi_X)]^2]^{1/2} = 0.5 a(t)$$

**Conditions:**  $f_{MOD} \approx f_X$     $\phi_A \neq \phi_X$

## T – Lock-In Amplifier – Détection synchrone et pseudo-synchrone

5

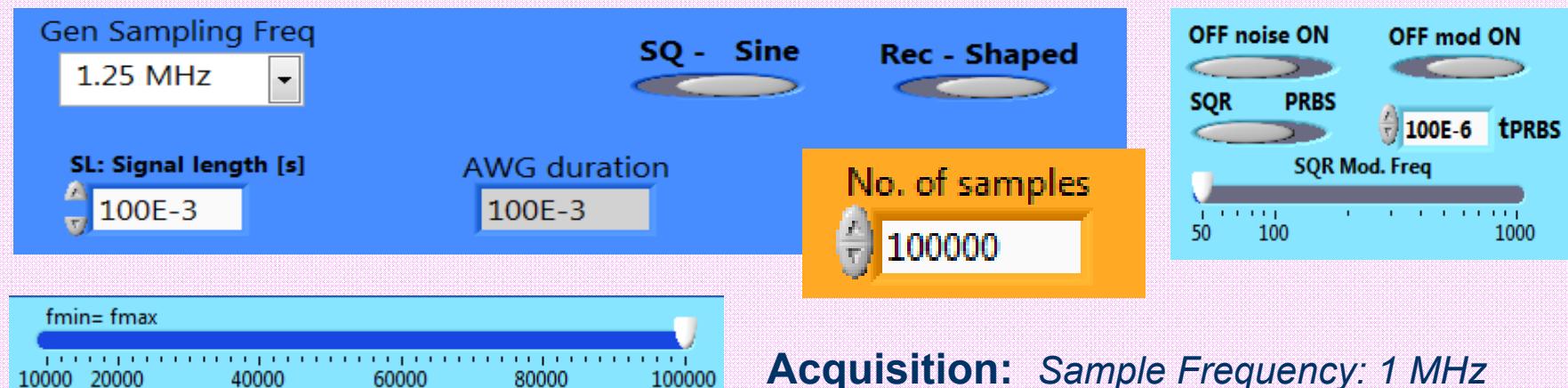
### *Avantage de la détection synchrone ou pseudo-synchrone*

**Exemple :** Si un signal centré sur 100kHz a une bande-passante de 10Hz, la réalisation d'un filtre passe-bande à 100kHz est à-peu-près impossible, même en forme numérique. Si l'on utilise une détection synchrone ou asynchrone, un "simple" filtre passe-bas ayant une fréquence de coupure de 10Hz fera l'affaire !

## Lab – Lock-In Amplifier – Détection synchrone et pseudo-synchrone

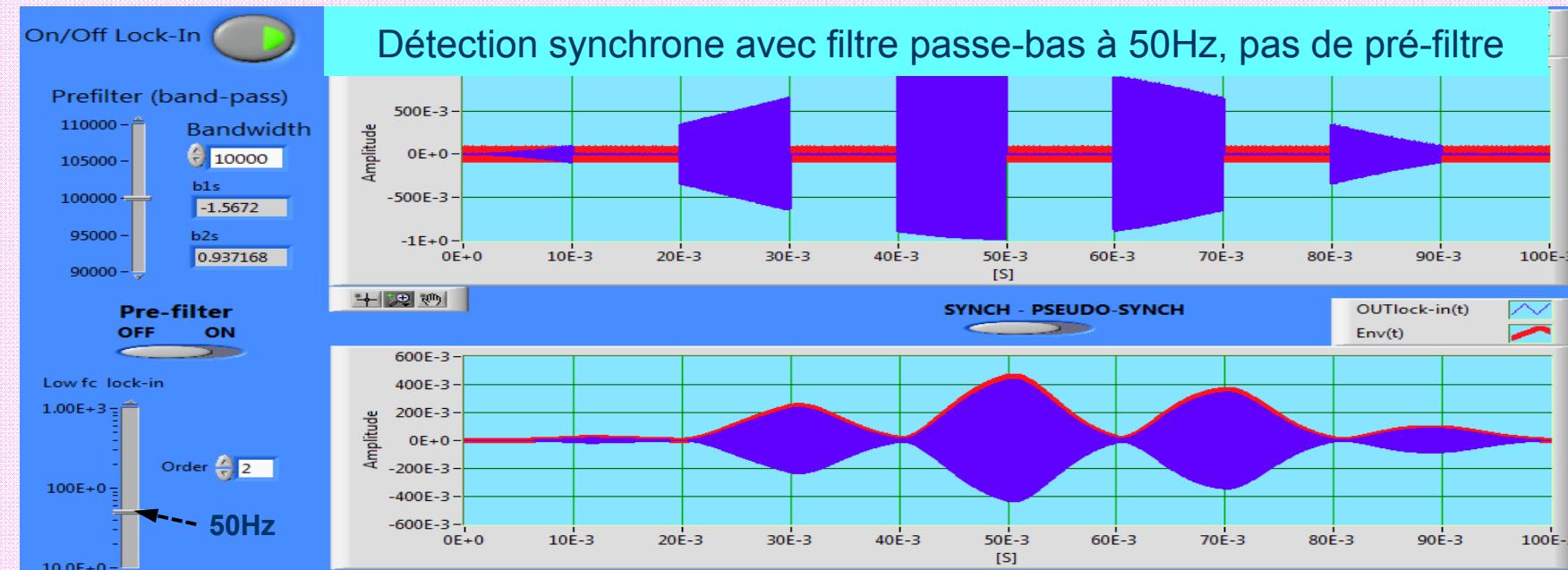
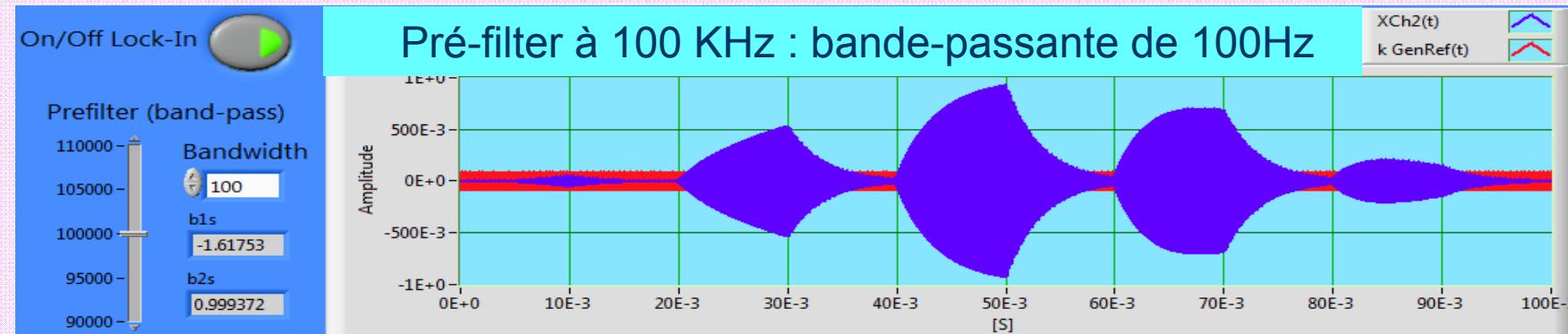
1

Paramétrage du générateur :



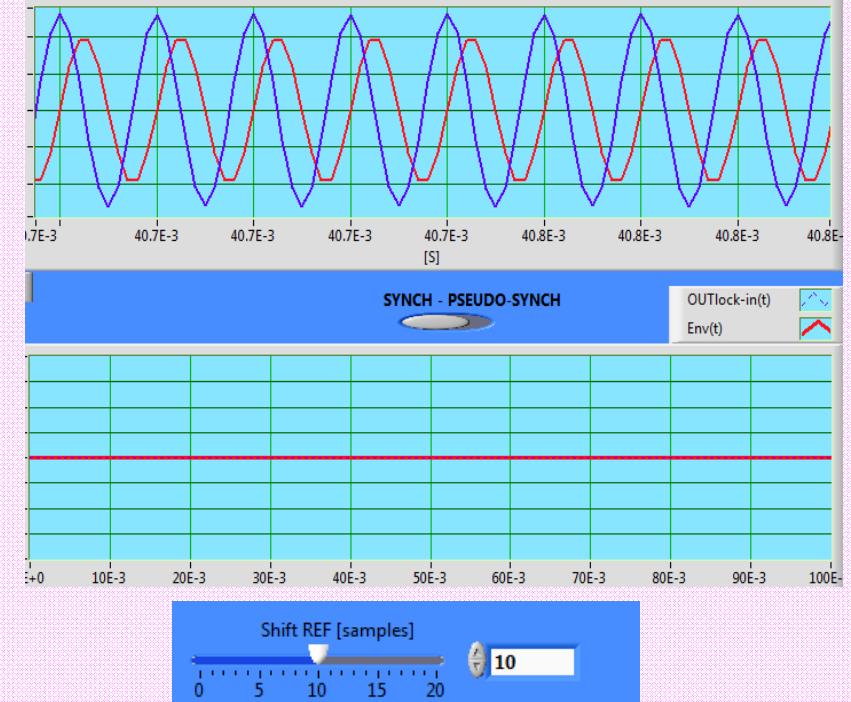
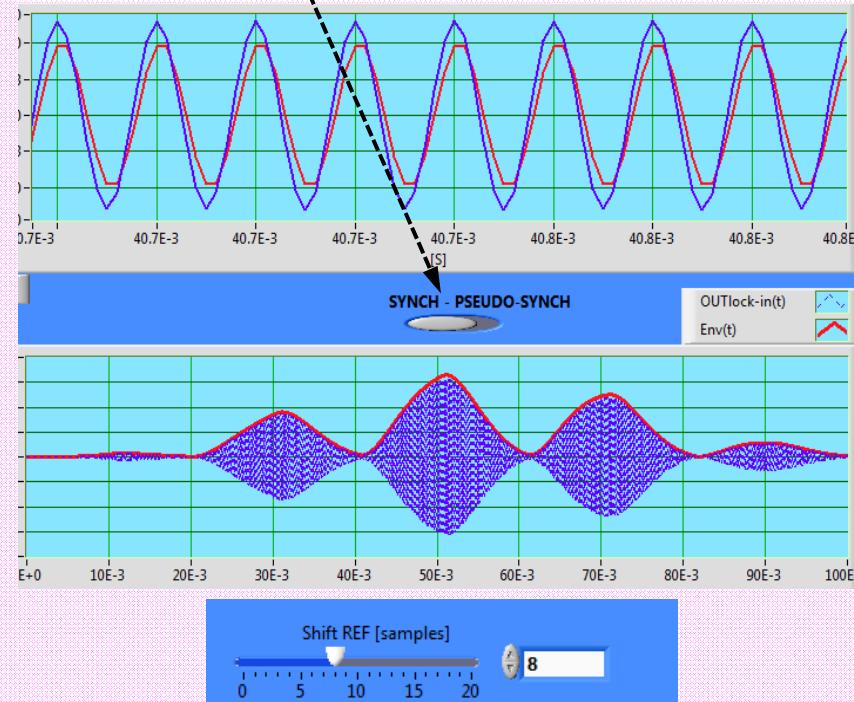
**Acquisition:** Sample Frequency: 1 MHz  
No. of samples: 100'000

## Lab – Lock-In Amplifier – Détection synchrone et pseudo-synchrone 2

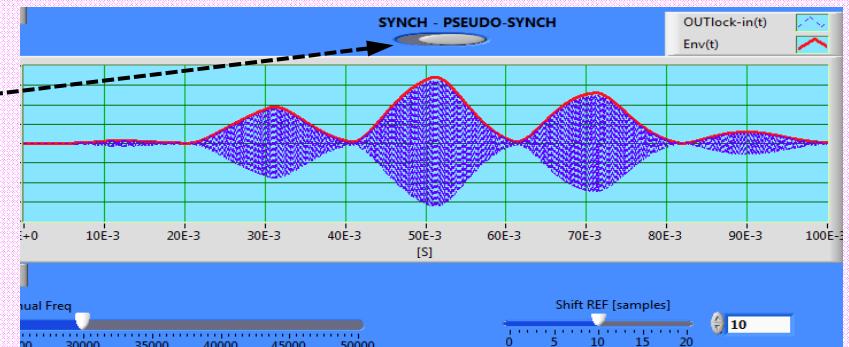


## Lab – Lock-In Amplifier – Détection synchrone et pseudo-synchrone 4

**Mode synchrone:** Ajustement de la phase



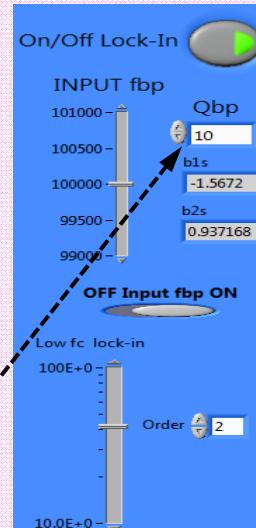
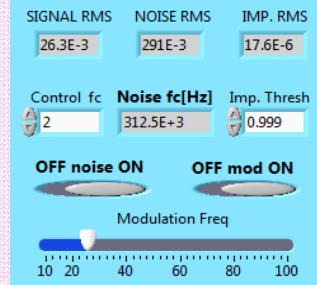
**Mode pseudo-synchrone:**



# Lab – Lock-In Amplifier – Détection synchrone et pseudo-synchrone 5

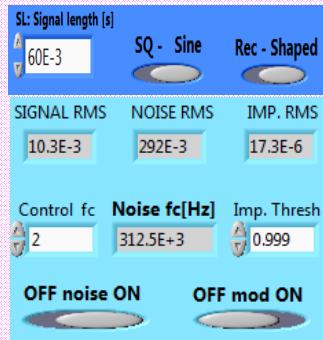
Test avec du bruit :

a)



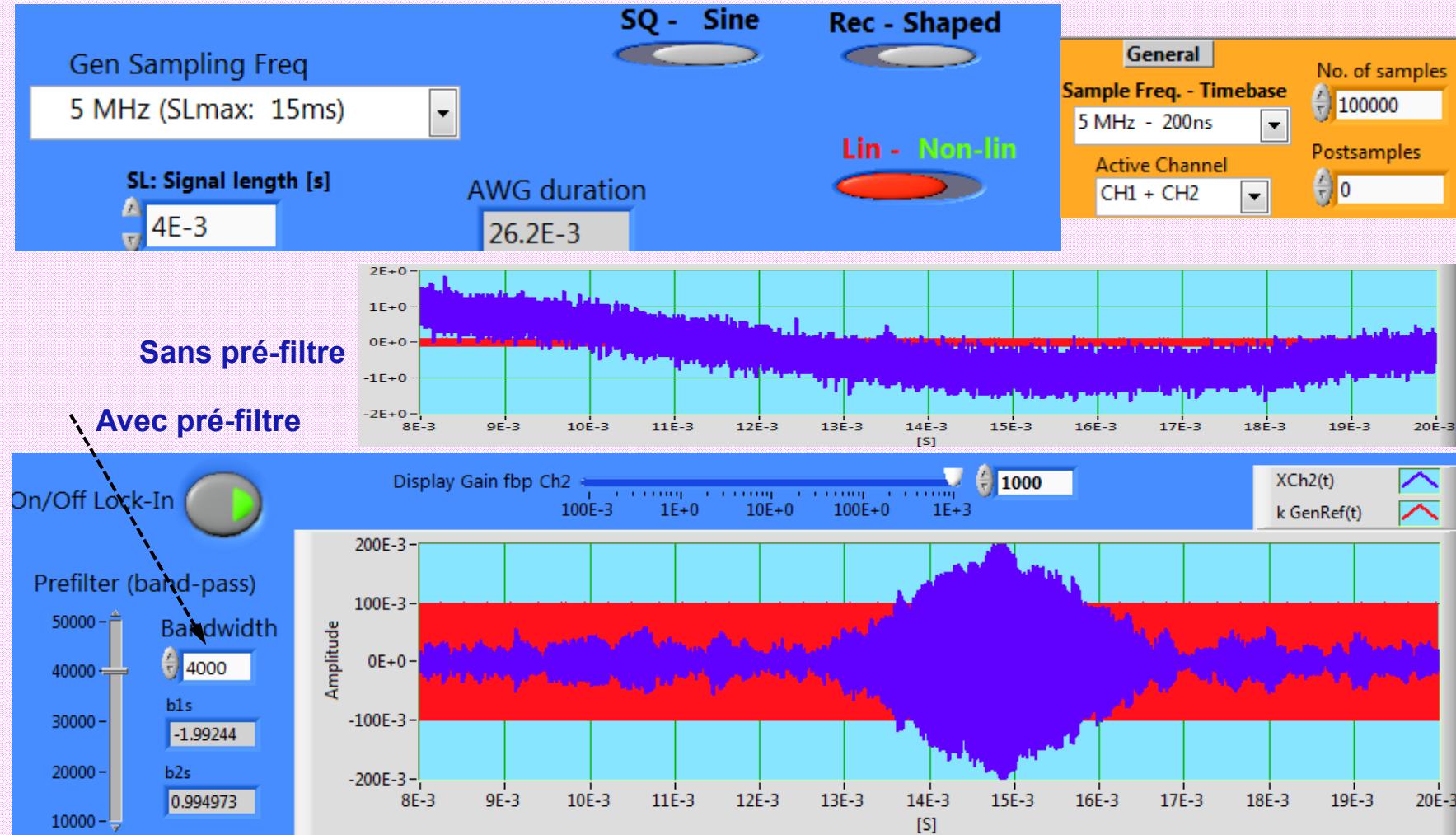
Tester avec le passe-bande de 10 KHz

b)



## Lab – Lock-In Amplifier – Détection synchrone et pseudo-synchrone 6

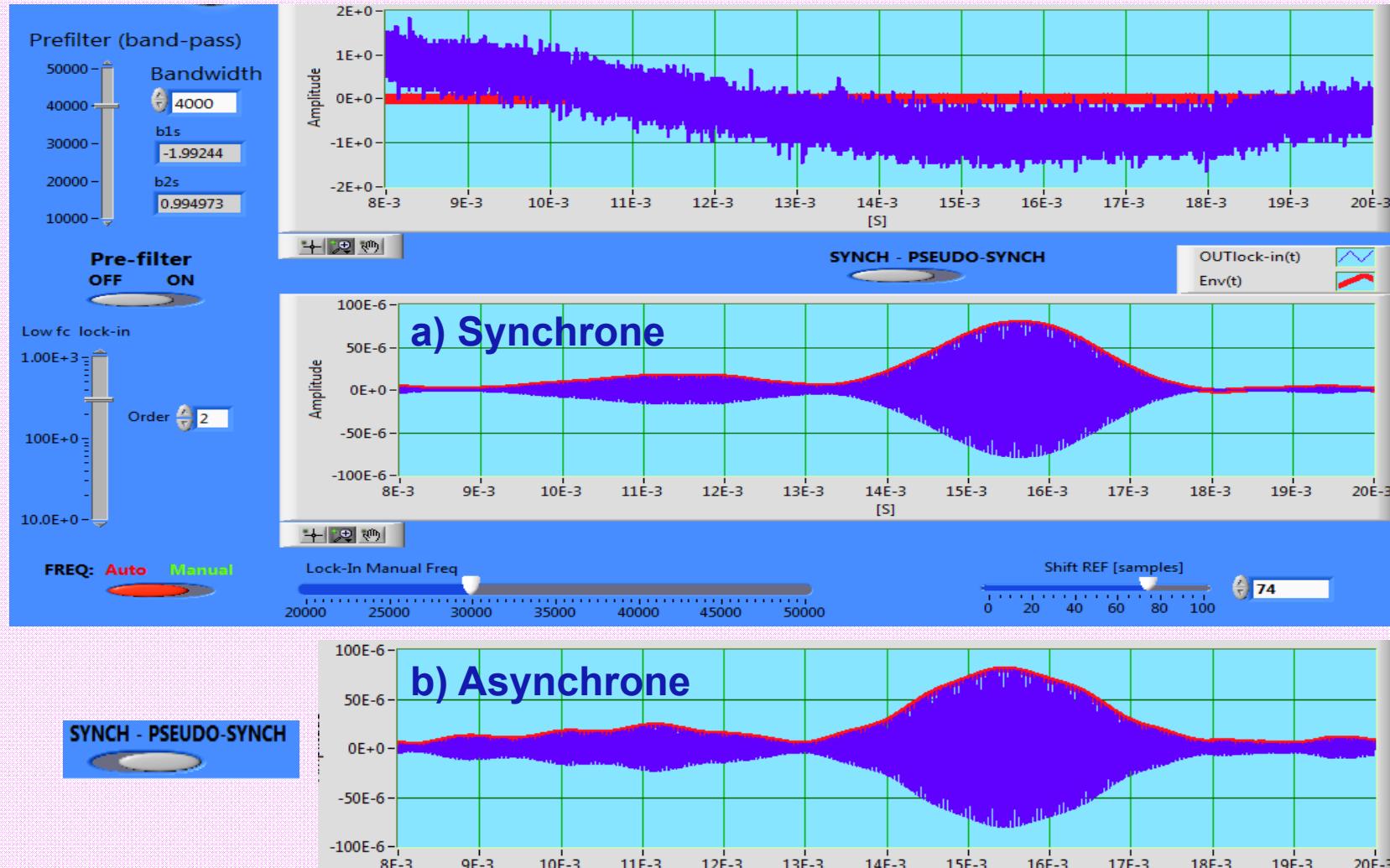
Test avec un signal d'écho de transducteurs ultrasons de 40 KHz



## Lab – Lock-In Amplifier – Détection synchrone et pseudo-synchrone

7

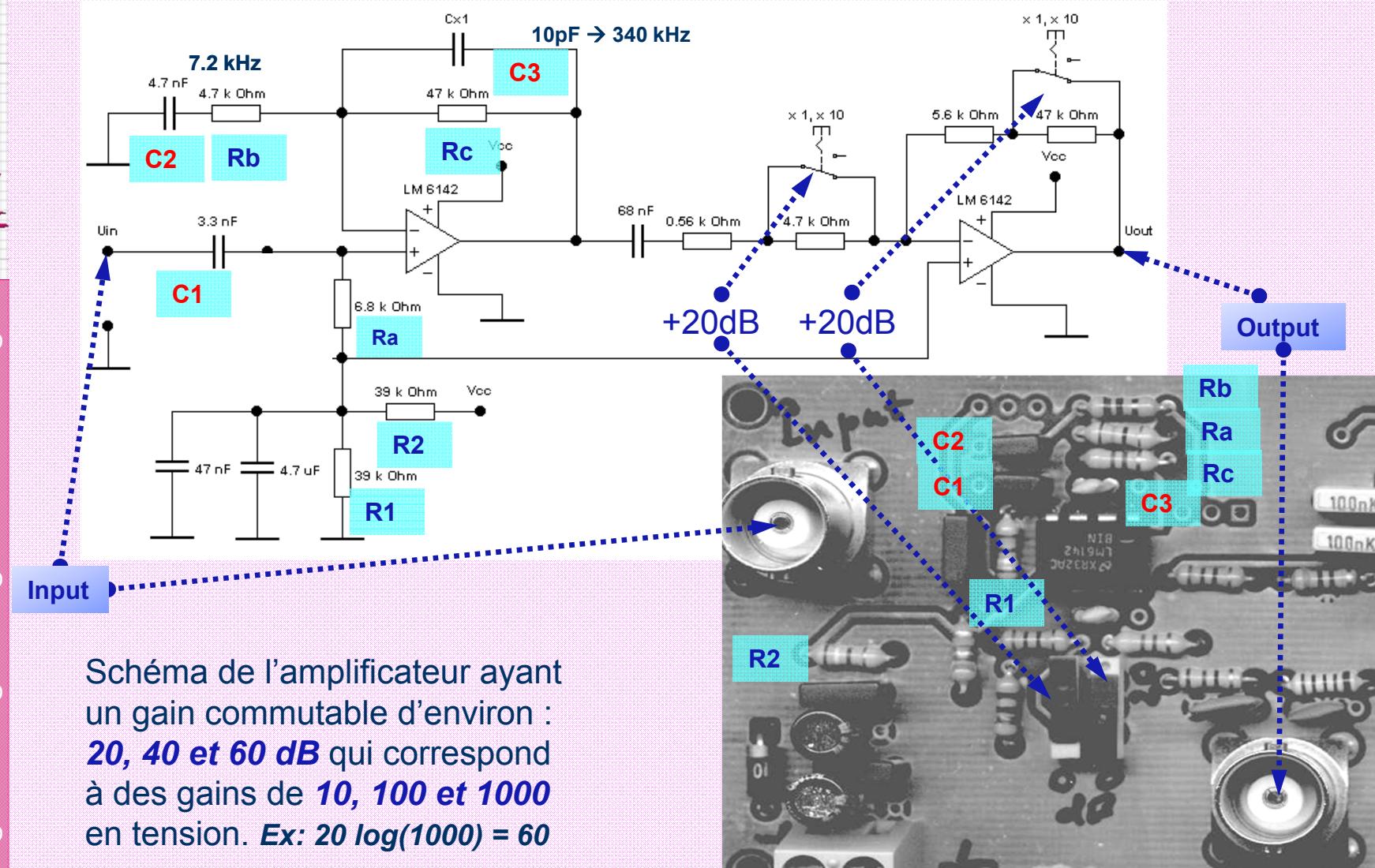
Test avec un signal d'écho de transducteurs ultrasons de 40 KHz (suite)





## Lab - Bruit d'un amplificateur à OPAMP (carte AMPMIX)

1



## Lab - Bruit d'un amplificateur à OPAMP (carte AMPMIX)

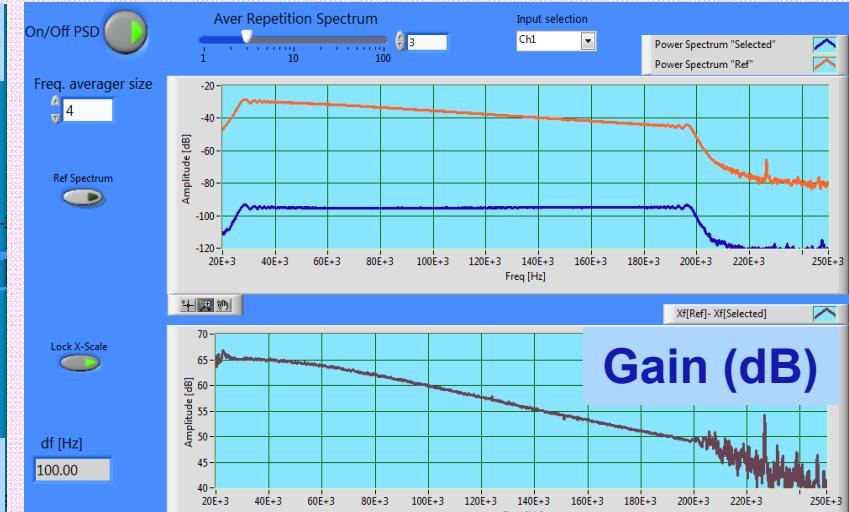
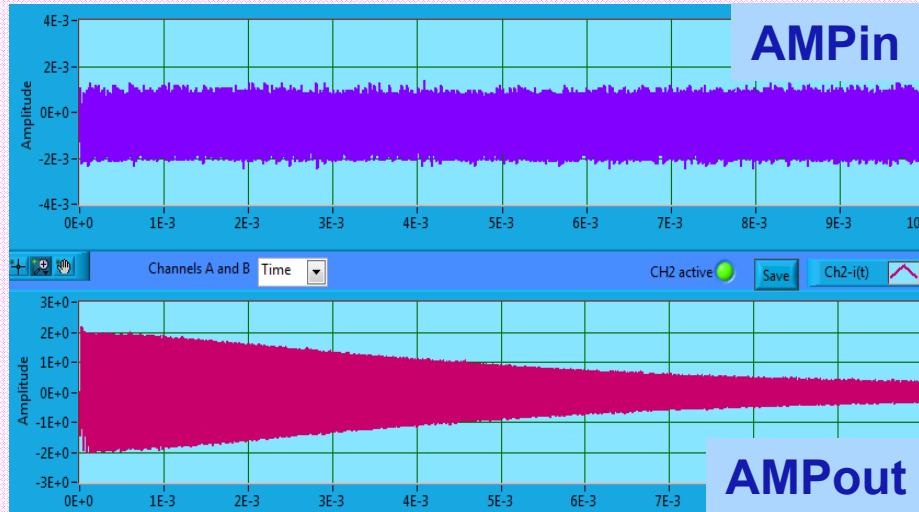
2

- Déterminer le gain de l'amplificateur entre 25kHz et 200kHz, choisir une plage de 50kHz à 100kHz où le gain est quasi constant.

**Bien vérifier que l'amplificateur fonctionne en mode linéaire (Uin: ~1mV)**

Gen Sampling Freq: 5 MHz, Signal length: 10ms, 25kHz → 200kHz (Sine – Rec – Lin)

Sampling Freq: 10MHz, no. of samples: 100000 (ajuster les mV de sensibilité pour ChA et ChB)

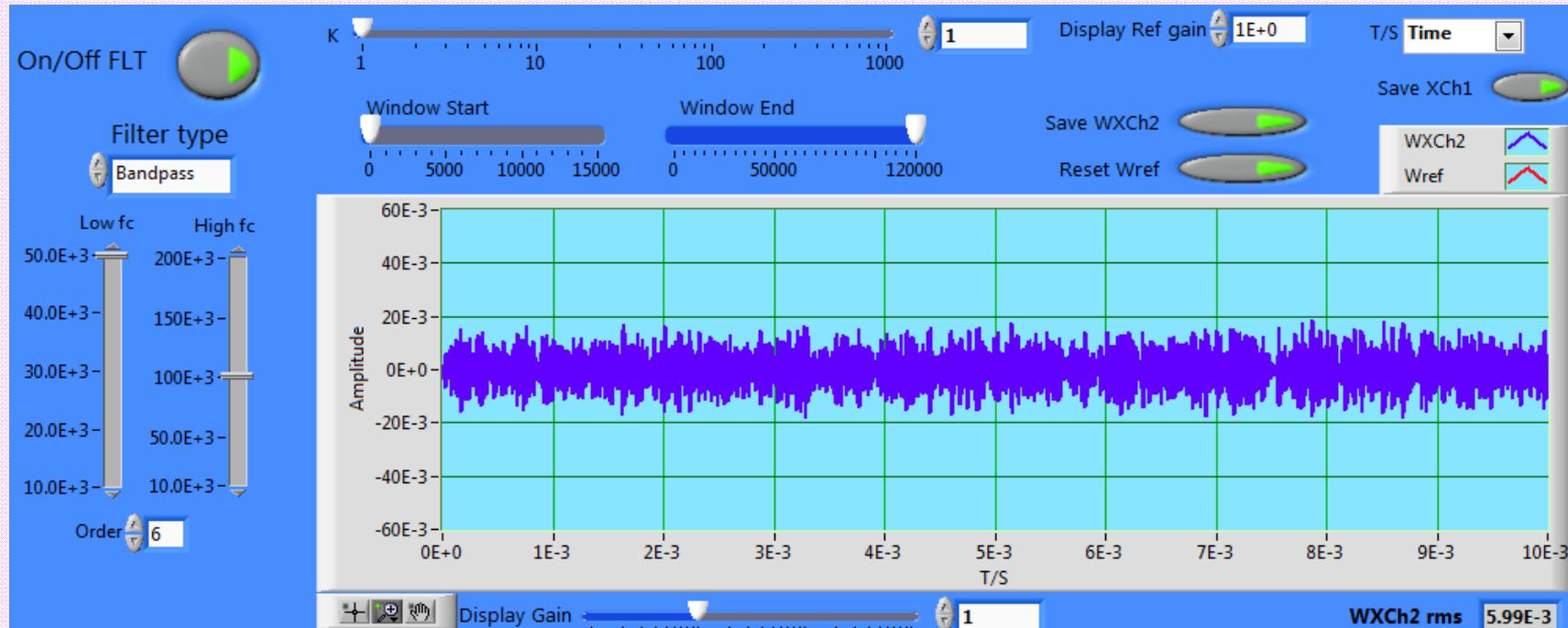


- Mettre une résistance de  $50\Omega$  à l'entrée, régler le filtre passe-bande de 50 kHz à 100 kHz et mesurer la tension RMS de bruit - **Ne pas oublier de réajuster la sensibilité du ChB à 200mV**.
- Déterminer le bruit de tension équivalent à l'entrée (utiliser le gain moyen entre 50 kHz et 100 kHz).
- Répéter 2) et 3) mais sans la résistance de  $50\Omega$ , c'est-à-dire avec l'entrée à très haute impédance.

## Lab - Bruit d'un amplificateur à OPAMP (carte AMPMIX)

3

Gain moyen entre 100kHz et 150kHz : 63 dB



$$50\Omega : \frac{\frac{5.9 \cdot 10^{-3}}{63}}{10^{\frac{20}{20}} \cdot \sqrt{50 \cdot 10^3}} = 18.68 \times 10^{-9} V_{RMS}$$

Tension RMS à la sortie de l'amplificateur non-saturé (mode linéaire)

Valeur théorique:  $\sim 18\text{nV}_{RMS}$  (LM6142, Ra)

Gain en tension de l'amplificateur

Bande-passante de la mesure du bruit de sortie

Tension de bruit RMS équivalente à l'entrée de l'amplificateur

# Lab - Bruit d'un amplificateur à OPAMP (circuits 2 et 3)

4

## Circuit 2 (Max412)

R1 : 330 K $\Omega$  R8 : 33K $\Omega$

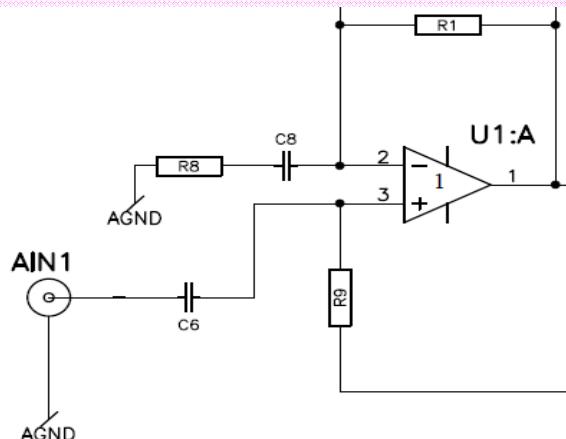
$$e_{\text{equi}}: 55 \text{ nV}_{\text{RMS}}$$

R1 et R8 sont mal dimensionnées

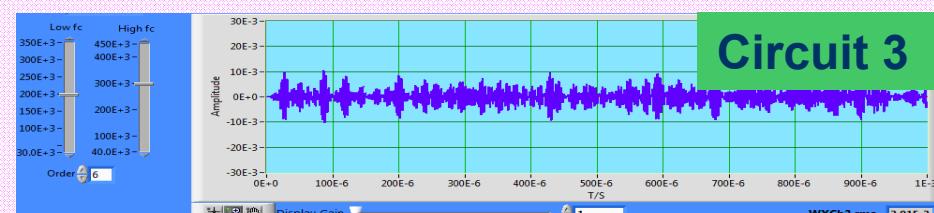
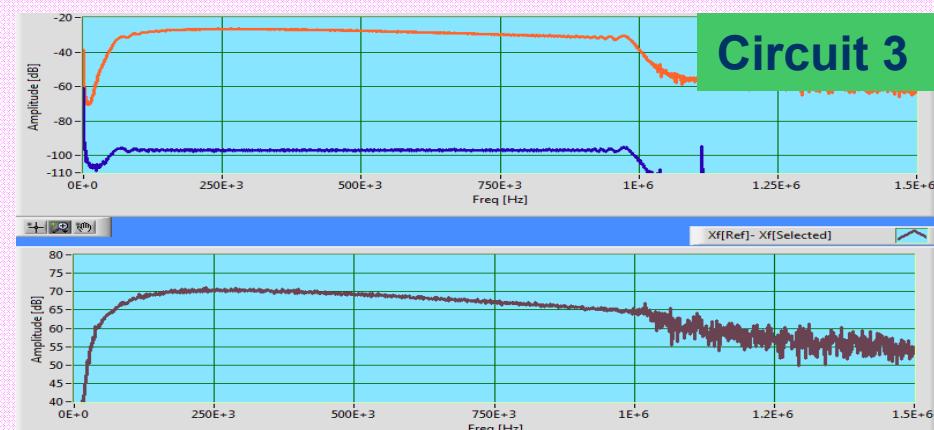
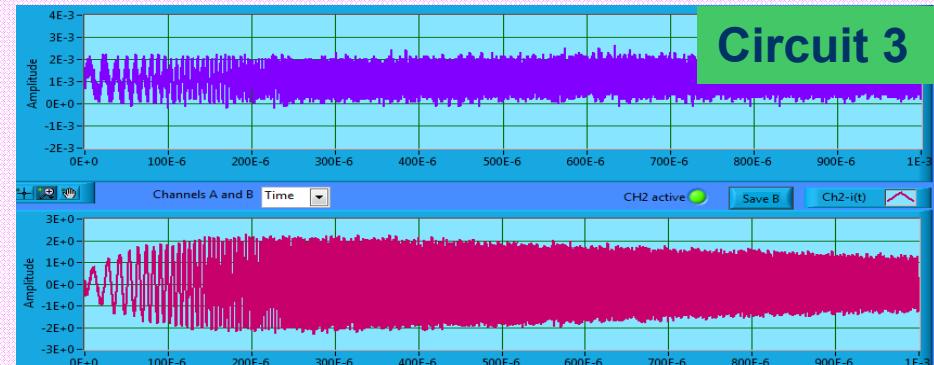
## Circuit 3 (Max412)

R1 : 220  $\Omega$  R8 : 2.7K $\Omega$

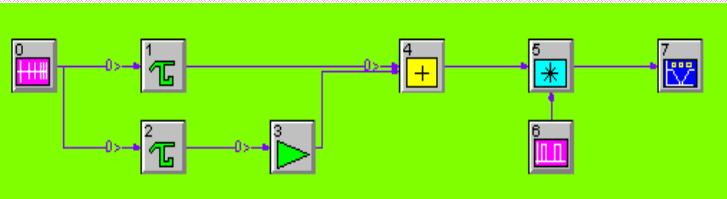
$$e_{\text{equi}}: 3.2 \text{ nV}_{\text{RMS}}$$



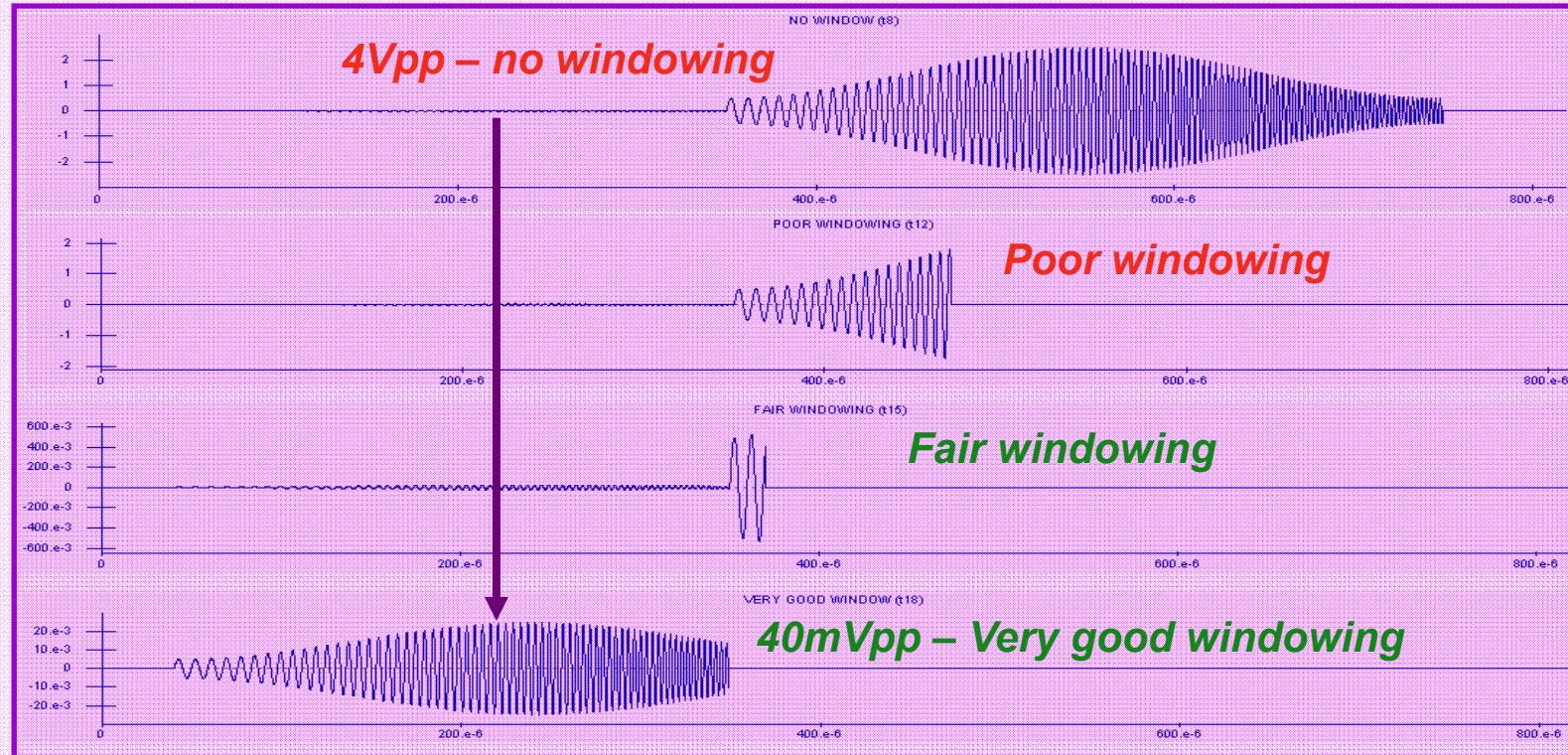
Freq AWG: 50 MHz, SL: 1 ms, Freq Acq: 25 MHz (25000 échant.)



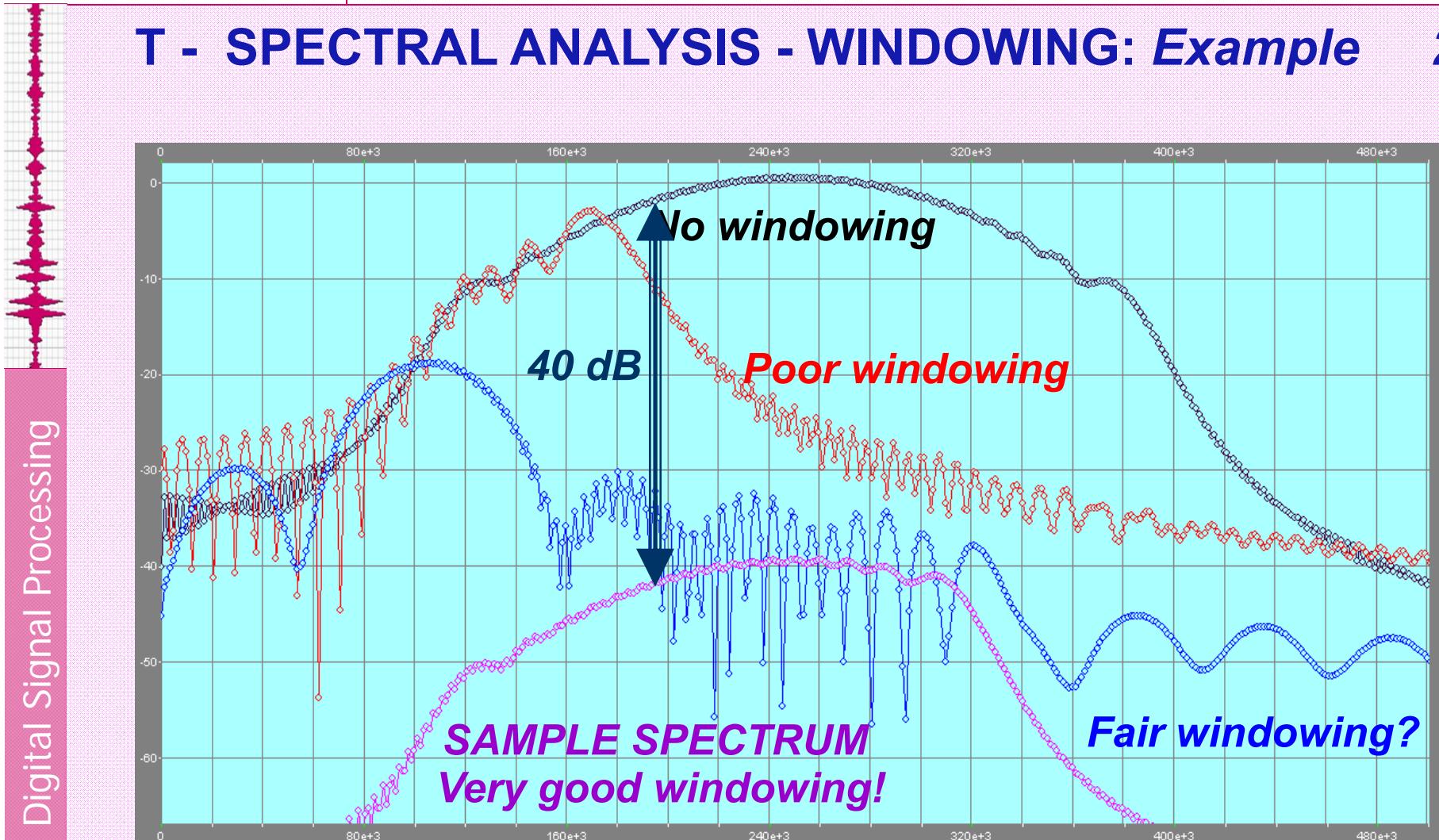
# T - SPECTRAL ANALYSIS - WINDOWING: Example 1



- 0 - chirp – 100 kHz → 400 kHz in 400µs
- 1 - Propagation delay unwanted signal: 350 µs
- 2 - Propagation delay desired signal: 40 µs
- 3 - Sample attenuation: 40 dB
- 5/6- Windowing



## T - SPECTRAL ANALYSIS - WINDOWING: Example 2



**Adequate WINDOWING is crucial in spectral analysis**

# SOLUTIONS

## Sol. Prob. 9.1

Max412:  $400\Omega \rightarrow 3.5 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ ,  $100\text{k}\Omega \rightarrow 126.5 \text{ nV}\sqrt{\text{Hz}}$

LM6142:  $400\Omega \rightarrow 16.2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ ,  $100\text{k}\Omega \rightarrow 47.5 \text{ nV}\sqrt{\text{Hz}}$

→ a)  $400\Omega$  : Max412      b)  $100\text{k}\Omega$  : LM6142

## Sol. Prob. 9.2

Minimum necessary bandwidth:  $\approx 1/(\text{Rise-time}) = 15\text{kHz} \rightarrow Bw_{BPF} = 20\text{kHz}$

$$Bw_{LM6142} := 1 \cdot 10^6$$

$$Bw_{BPF} := 20 \cdot 10^3$$

$$K_{\text{Repetition}} := 21$$

a)

$$20 \cdot \log\left(\frac{5}{16}\right) + 10 \cdot \log\left(\frac{Bw_{LM6142}}{Bw_{BPF}}\right) + 10 \cdot \log(K_{\text{Repetition}}) = 20.109$$

→ Choice:  $K_{\text{Repetition}} = 25$

b)

$$20 \cdot \log\left(\frac{5}{2.4}\right) + 10 \cdot \log\left(\frac{Bw_{LM6142}}{Bw_{BPF}}\right) + 10 \cdot \log(K_{\text{Repetition}}) = 36.587$$

→ +16dB improvement



### Sol. Prob. 9.3    *Calcul de SNR et amélioration par filtrage*

- a) Un préamplificateur a une bande passante de 10MHz et un bruit équivalent d'entrée de  $4nV/(Hz)^{1/2}$ . Si l'amplitude du signal du générateur est de  $2\mu V_{rms}$ , quel est le SNR(dB) à l'entrée du préamplificateur ?

$$20 \cdot \log \left( \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{10 \cdot 10^6}} \right) = -16 \text{ dB}$$

- b) Si la fréquence centrale du signal du générateur est de 1MHz avec une bande-passante de 10 kHz, quelle sera le nouveau SNR(dB) à la sortie d'un filtre passe-bande placé après le préampli ?

Amélioration du SNR par la réduction de la bande passante du bruit:

$$10 \cdot \log \left( \frac{10 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^3} \right) = 30 \text{ dB}$$

Nouveau SNR:  $\text{SNR}_{10kHz} = -16dB + 30dB = 14dB$

### Sol. Prob. 9.4    *Amélioration du SNR par répétition*

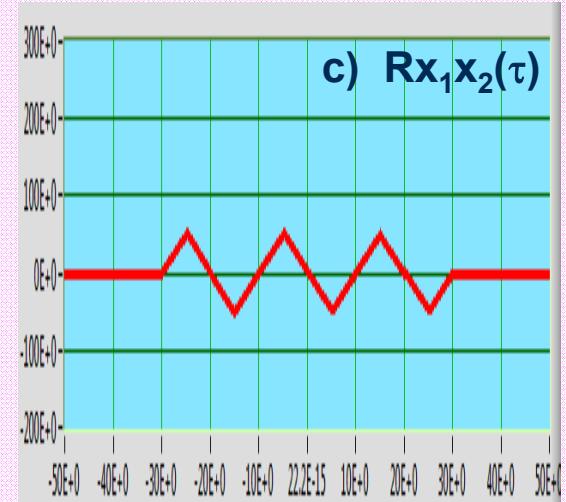
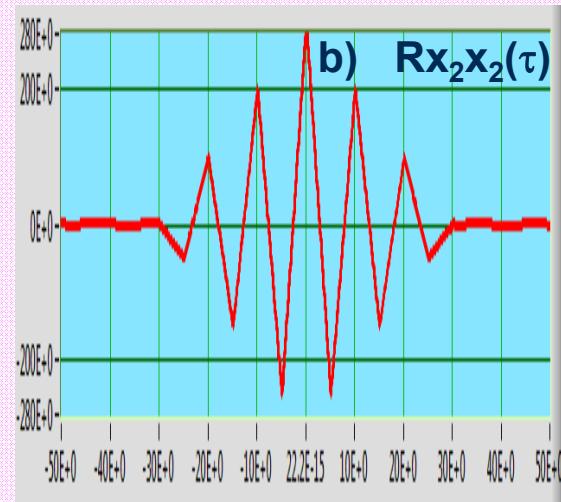
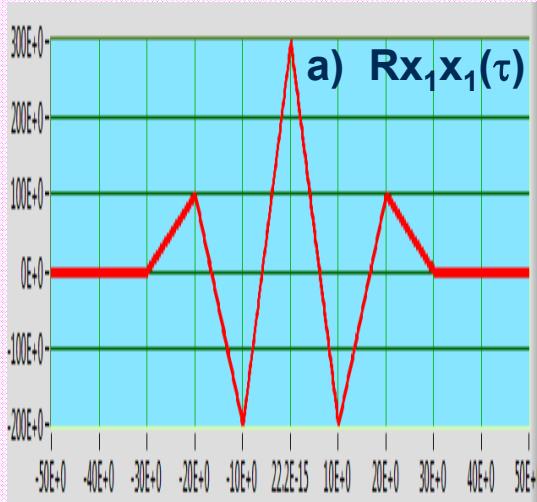
Si le SNR(dB) = -10dB après filtrage et optimalisation du préamplificateur et en admettant que l'on puisse travailler en mode répétitif, combien de répétition faudra-t-il pour que le SNR soit amélioré de 30dB ?

$$10^{30/10} = 1000 \text{ répétitions}$$

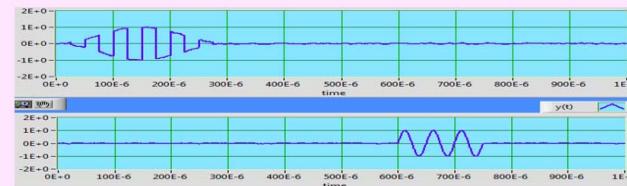
Quelles sont les conditions pour que la répétition produise l'amélioration désirée ?

- Le bruit est vraiment aléatoire (ou sa phase a une distribution aléatoire)
- La phase du signal est constante (ou suffisamment constante)

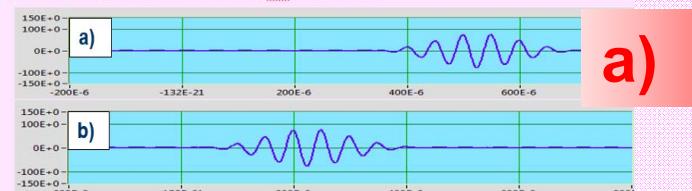
### Sol. Prob. 9.5



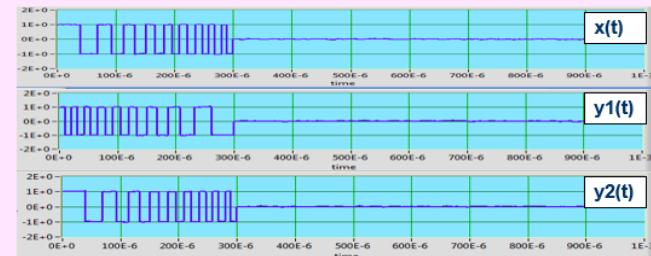
### Sol. Prob. 9.6



Laquelle de ces deux cross-correlations est la bonne ?



### Sol. Prob. 9.7



Quelle cross-corrélation est-ce ?  $Rxy_1(\tau)$  ou  $Rxy_2(\tau)$

**$Rxy_1(\tau)$**

